Научном већу Института за физику у Београду

Предмет: Молба за покретање поступка за стицање звања истраживач сарадник

С обзиром на то да испуњавам услове предвиђене Правилником о стицању истраживачких и научних звања, прописане од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја, молим Научно веће Института за физику у Београду да покрене поступак за мој избор у звање истраживач сарадник.

У прилогу достављам:

1. Мишљење руководиоца лабораторије са предлогом комисије за избор у звање;
2. Стручну биографију;
3. Преглед научних активности;
4. Списак научних радова;
5. Уверење о уписаној години, положеним испитима и просечној оцени на докторским студијама;
6. Копију диплома са основних и мастер студија;
7. Потврду о прихватању теме докторске дисертације;
8. Копије научних радова.

С поштовањем,

Данило Ракоњац

истраживач приправник

Данило Ракоњац

Београд, 7. децембар 2022. године

Научном већу Института за физику у Београду

Предмет: Мишљење руководиоца лабораторије о избору Данила Ракоњца у звање истраживач сарадник

Данило Ракоњац завршио је 2019. године мастер студије на Физичком факултету Универзитета у Београду на смеру Теоријска и експериментална физика. Докторске студије уписао је школске 2019/2020. године на смеру Квантна поља, честице и гравитација на Физичком факултету Универзитета у Београду. Положио је све испите предвиђене наставним планом и програмом и одбранио тему пред Колегијумом докторских студија.

Од децембра 2019. године запослен је на Институту за физику у Београду у Групи за гравитацију, честице и поља. Под руководством др Бранислава Цветковића ради на докторској дисертацији под насловом „Екстремалне црне рупе у локалној Поенкареовој теорији: структура у близини хоризонта и ентропија".

С обзиром да испуњава услове у складу са Законом о науци и истраживачима и Правилником о стицању истраживачких и научних звања МНПТР, сагласан сам са покретањем поступка за избор Данила Ракоњца у звање истраживач сарадник.

За избор Данила Ракоњца у звање истраживач сарадник предлажем комисију у следећем саставу:

1. др Бранислав Цветковић, научни саветник Института за физику
2. др Марко Војиновић, виши научни сарадник Института за физику
3. проф. др Воја Радовановић, редовни професор Физичког факултета Универзитета у Београду

др Бранислав Цветковић
научни саветник
Руководилац Групе за гравитацију, честице и поља

Бранислав Цветковић

Београд, 7. децембар 2022. године

Биографски подаци о кандидату

Данило (Владан) Ракоњац, рођен је **16.11.1995.** године у Београду, у Републици Србији. Основну школу „Павле Савић” завршавио је као носилац Вукове награде и ђак генерације, такође у Београду. Године **2014.** завршио је Математичку гимназију у Београду, као носилац Вукове дипломе. Током средње школе, имао је запажен успех на такмичењима из физике на државном нивоу.

Након завршене средње школе, уписао је Физички факултет у Београду, смер Теоријска и експериментална физика. Дипломирао је **2018.** године, са просечном оценом **9,67**. Исте године, уписује Мастер академске студије на истом факултету, на истом смеру, које завршава са просечном оценом **10**. Мастер рад, под насловом “**Тродимензиона Поенкареова градијентна теорија: нарушење парности у AdS-сектору**”, одбрањен је године **2019**. под менторством др. Бранислава Цветковића са оценом **10**. Након тога, уписао је Докторске студије на Физичком факултету Универзитеа у Београду, научна област Квантна поља, честице и гравитација, под менторством др Бранислава Цветковића. Током наредне две године, полаже испите на докторским студијама са просечном оценом **10**. Године **2020**. кандидат је запослен на Институту за физику, у звању истраживач приправник.

Током докторских студија, кандидат се бави проблемом прорачуна ентропије екстремалних црних рупа у Поенкареовој локалној теорији. Године **2022.** успешно је одбранио тему докторске дисертације пред колегијумом докторских студија, под насловом “**Екстремалне црне рупе у локалној Поенкареовој теорији: структура у близини хоризонта и ентропија**”.

Преглед научне активности кандидата

Данило Ракоњац се у свом досадашњем научном раду бавио проучавањем ентропијом црних рупа. Истраживање ентропије црних рупа једна је од активних тема истраживања у гравитационој физици, пошто се формула за ентропију коју су развили Бекенштајн и Хокинг сматра једном од ретких последица кватних гравитационих ефеката. С обзиром да недостатак експерименталних података, прави приступ овој појави и даље није познат, али се различити приступи квантној гравитацији могу поредити према резултатима које дају у прорачуну ентропије. Са открићем AdS/CFT кореcподенције, повезивање конформне ентропије из теорије поља са гравитационом ентропијом добијеном стандардним методама Хамилтонове анализе у Општој теорији релативности, постало је предмет тренутног истраживања.

У локалној Поенкареовој теорији, развијен је, путем Хамилтонове анализе, нови метод [1] којим је могуће израчунати ентропију црних рупа коришћењем првог закона механике црних рупа. Овај метод, омогућио је прорачун ентропије у различитим моделима црних рупа [2] и њихово поређење са познатим резултатима у општој релативности [3], као и разматрање ентропије црних рупа са торзијом [4,5]. Међутим, класу црних рупа познатих као екстремалне црне рупе, није могуће анализирати овим методом, пошто се код њих ентропија не може добити из првог закона механике црних рупа.

Главна тема истраживања кандидата је решавање овог проблема применом модерних аналогија између такозваних геометрија у близини хоризонта екстремалне црне рупе са конформним теоријама поља. Овај савремен приступ омогућава решавање проблема ентропије екстремалних црних рупа рачунањем централног набоја у алгебри генератора асимптотске симетрије, који се даље користи за добијање вредности ентропије у конформној теорији поља која је дуална са геометријом у близини хоризонта.

У досадашњем раду се показало да се овај метод успешно може искористити за добијање ентропије ротирајуће екстремалне црне рупе [6]. Добијено решење је у складу са лимесом неекстремалног случаја добијеног Хамилтоновом анализом. Даљи рад се заснива да примени овог метода на друге црне рупе, и испитивање њихових геометрија у близини хоризонта. Циљ истраживања је комплетно решавање проблема прорачуна ентропије у Поенкареовој теорији, поређење добијених решења са познатим резултатима из Опште релативности, када је то могуће, и упоређивање са лимесима неекстремалних случајева који су до сада израчунати.

Референце

[1] M. Blagojević and B. Cvetković, Entropy in Poincaré gauge theory: Hamiltonian approach, Phys. Rev. D **99** (2019) 10, 104058, e-Print:1903.02263 [gr-qc]

[2] M. Blagojević and B. Cvetković, Hamiltonian approach to black hole entropy: Kerr-like spacetimes , Phys. Rev. D **100** (2019) 4, 044029, e-Print:1905.04928 [gr-qc]

[3] M. Blagojević and B. Cvetković, Entropy in general relativity: Kerr-AdS black hole, Phys. Rev. D **101** (2020) 8, 08402, e-Print: 2002.05029 [gr-qc]

[4] M. Blagojević and B. Cvetković, Thermodynamics of Kerr-AdS black holes in general Poincaré gauge theory, Phys. Rev. D **103** (2021) 6, 064034, ePrint: 2012.10471 [gr-qc]

[5] M. Blagojević and B. Cvetković, Entropy of Reissner-Nordström-like black holes , Phys. Lett. B **824** (2022) 136815, ePrint: 2112.02099 [gr-qc]

[6] B. Cvetković and D. Rakonjac, Extremal Kerr black hole entropy in Poincaré gauge theory, e-Print: 2208.04383 [gr-qc]

Списак објављених радова кандидата

[1] B. Cvetković and D. Rakonjac, Extremal Kerr black hole entropy in Poincaré gauge theory, e-Print: 2208.04383 [gr-qc], послато у Phys. Rev D.

Република Србија
Универзитет у Београду
Физички факултет
Д.Бр.2019/8011
Датум: 10.11.2022. године

На основу члана 161 Закона о општем управном поступку и службене евиденције издаје се

УВЕРЕЊЕ

Ракоњац (Владан) Данило, бр. индекса 2019/8011, рођен 16.11.1995. године, Београд, Звездара, Република Србија, уписан школске 2022/2023. године, у статусу: самофинансирање; тип студија: докторске академске студије; студијски програм: Физика.

Према Статуту факултета студије трају (број година): три.
Рок за завршетак студија: у двоструком трајању студија.

Ово се уверење може употребити за регулисање војне обавезе, издавање визе, права на дечији додатак, породичне пензије, инвалидског додатка, добијања здравствене књижице, легитимације за повлашћену вожњу и стипендије.

Овлашћено лице факултета

Република Србија
Универзитет у Београду
Физички факултет
Број индекса: 2019/8011
Датум: 13.12.2022.

На основу члана 29. Закона о општем управном поступку и службене евиденције издаје се

УВЕРЕЊЕ О ПОЛОЖЕНИМ ИСПИТИМА

Данило Ракоњац, име једног родитеља Владан, рођен 16.11.1995. године, Београд, Звездара, Република Србија, уписан школске 2019/2020. године на докторске академске студије, школске 2022/2023. године уписан на статус самофинансирање, студијски програм Физика, током студија положио је испите из следећих предмета:

Р.бр.	Шифра	Назив предмета	Оцена	ЕСПБ	Фонд часова**	Датум
1.	ДС15ПЕ3	Теорија гравитације 2	10 (десет)	15	I:(8+0+0)	08.09.2020.
2.	ДС15ПЕ5	Квантовање поља у закривљеном простору	10 (десет)	15	I:(8+0+0)	30.09.2020.
3.	ДС15ФРНД1	Рад на докторату 1. део	П.	30	I:(0+0+12) II:(0+0+12)	
4.	ДС15ПЕ8	Суперсиметрије	10 (десет)	15	III:(8+0+0)	12.09.2021.
5.	ДС15ПЕ4	Квантна теорија градијентних поља	10 (десет)	15	III:(8+0+0)	03.09.2021.
6.	ДС15ФРНД2	Рад на докторату 2. део	П.	30	III:(0+0+12) IV:(0+0+12)	
7.	ДС15ФРНД4	Рад на докторату 4. део	П.	15	V:(0+0+20)	
8.	ДС15ФРНД3	Рад на докторату 3. део	П.	15	V:(0+0+20)	

* - еквивалентиран/признат испит.
** - Фонд часова је у формату (предавања+вежбе+остало).

Општи успех: 10,00 (десет и 00/100) , по годинама студија (10,00, 10,00, /).

Овлашћено лице факултета

Универзитет у Београду
Физички факултет
Број индекса: 2014/2094
Број: 2452018
Датум: 03.10.2018.

На основу члана 161 Закона о општем управном поступку ("Службени лист СРЈ", бр. 33/97, 31/2001 и "Службени гласник РС", бр. 30/2010) и службене евиденције, Универзитет у Београду - Физички факултет, издаје

У В Е Р Е Њ Е

Данило Ракоњац

име једног родитеља Владан, ЈМБГ 1611995710253, рођен 16.11.1995. године, Београд, општина Београд-Звездара, Република Србија, уписан школске 2014/15. године, дана 21.09.2018. године завршио је основне академске студије на студијском програму Теоријска и експериментална физика, у трајању од четири године, обима 240 (двеста четрдесет) ЕСПБ бодова, са просечном оценом 9,63 (девет и 63/100).

На основу наведеног издаје му се ово уверење о стеченом високом образовању и стручном називу **дипломирани физичар.**

Декан

Проф. др Иван Белча

Универзитет у Београду
Физички факултет
Број индекса: 2018/7028
Број: 2402019
Датум: 01.10.2019.

На основу члана 161 Закона о општем управном поступку ("Службени лист СРЈ", бр. 33/97, 31/2001 и "Службени гласник РС", бр. 30/2010) и службене евиденције, Универзитет у Београду - Физички факултет, издаје

У В Е Р Е Њ Е

Данило Ракоњац

име једног родитеља Владан, ЈМБГ 1611995710253, рођен 16.11.1995. године, Београд, општина Звездара, Република Србија, уписан школске 2018/19. године, дана 27.09.2019. године завршио је мастер академске студије на студијском програму Теоријска и експериментална физика, у трајању од једне године, обима 60 (шездесет) ЕСПБ бодова, са просечном оценом 10,00 (десет и 00/100).

На основу наведеног издаје му се ово уверење о стеченом високом образовању и академском називу **мастер физичар.**

Декан

Проф. др Иван Белча

	ДОКТОРСКЕ СТУДИЈЕ		

ПРЕДЛОГ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ КОЛЕГИЈУМУ ДОКТОРСКИХ СТУДИЈА	Школска година 2021/2022

Подаци о студенту

Име	Данило	Научна област дисертације	Квантна поља, честице и гравитација
Презиме	Ракоњац		
Број индекса	8011/2019		

Подаци о ментору докторске дисертације

Име	Бранислав	Научна област	КТП, честице и гравитација
Презиме	Цветковић	Звање	научни саветник
		Институција	Институт за физику

Предлог теме докторске дисертације

Наслов

Екстремалне црне рупе у локалној Поенкареовој теорији: структура у близини хоризонта и ентропија

Уз пријаву теме докторске дисертације Колегијуму докторских студија, потребно је приложити следећа документа:

1. Семинарски рад (дужине до 10 страница)
2. Кратку стручну биографију писану у трећем лицу једнине
3. Фотокопију индекса са докторских студија

	Потпис ментора Бранислав Цвеличанин
Датум 26.08.2022.	Потпис студента Зданко Рикаљак

Мишљење Колегијума докторских студија

Након образложења теме докторске дисертације Колегијум докторских студија је тему

прихватио ☑

није прихватио ☐

Датум	Продекан за науку Физичког факултета
21.09.2022	Станојевић

Extremal Kerr black hole entropy in Poincaré gauge theory

B. Cvetković and D. Rakonjac*
Institute of Physics, University of Belgrade,
Pregrevica 118, 11080 Belgrade-Zemun, Serbia

Abstract

We analyze the near horizon symmetry of the extremal Kerr black hole within the framework of Poincaré gauge theory (PG) for two important limiting cases: Riemannian and teleparallel solution. We show that the algebra of canonical generators is realized by Virasoro algebra, with central charge which depends on the black hole horizon radius . The conformal entropy of the black hole is obtained via Cardy formula.

1 Introduction

Recently a new Hamiltonian method [1] for the computation of black hole entropy within the framework of Riemann-Cartan geometry has been proposed. The method has been verified for a number of vacuum solutions such as Schwarzschild(-AdS), Kerr(-AdS) solution as well as a solution coupled to electromagnetic field, Kerr-Newmann-AdS solution, [1, 2, 3, 4, 5].

The method [1] is based on a variational principle, originally proposed by Regge and Teitelboim, see [6]. The black hole entropy is obtained from the variation of the boundary term on the black hole horizon, i.e. $T\delta S = \delta\Gamma_H$. In the framework of Riemaninnan geometry this method was established and developed by Wald [7]. Moreover, the differentiability of the canonical generator is closely related to the validity of the first law of the black hole mechanics.

The method [1] is inapplicable in the case of the extremal black holes. Namely, in that case black hole temperature vanishes, $T = 0$, and the equation $T\delta S = \delta\Gamma_H$ cannot be solved for the black hole entropy. For extremal black holes the first law is satisfied disregarding the value of the black hole entropy. However in general relativity (GR), there is another way of computing black hole entropy of the extremal Kerr black holes based on near horizon conformal symmetry, in regard of the recently established Kerr/CFT correspondence [8], see also [9].

The subject of the present paper is the computation of the black hole entropy for the extremal Kerr black holes in the framework of PG, where both curvature and torsion influence the gravitational dynamics [10, 11, 12], by analyzing the near horizon conformal

*Email addresses: cbranislav@ipb.ac.rs, danilo.rakonjac@ipb.ac.rs

symmetry. Let us note that near horizon structure of black holes with torsion has already been examined within threedimensional gravity [13].

After introducing the suitable set of consistent near horizon boundary conditions for extremal Kerr black holes in PG, we obtain that asymptotic symmetry group has a conformal subgroup, realized by Virasoro algebra. We shall show that the first order formulation of the generator of the local symmetry derived in [1], can be used to compute the near horizon algebra of the improved generators, as well as the corresponding central charge. These results are used to compute conformal entropy of the extremal Kerr black hole via Cardy's formula. The result for the entropy represents a smooth limit of the result for the gravitational black hole entropy of the generic (non-extremal) Kerr black hole. Thus, we demonstrated the full power of the Nester's covariant Hamiltonian approach [14]. and contributed to the better understanding of the equality of gravitational and conformal entropy.

The paper is organized as follows. In section 2 we shall introduce the tetrad formulation of the extremal Kerr black hole solution and near horizon geometry (NHEK) in the framework of PG. The suitable set of consistent asymptotic conditions for near horizon geometry in tetrad formalism of PG is established in section 3. Inspection of the symmetries that preserve these boundary conditions leads to conformal symmetry of NHEK geometry. In the section 4 we shall consider the canonical realization of the near horizon conformal symmetry for Riemannian solution in PG. We shall make use of the canonical generator from the first order formulation obtained in [1] to compute the conserved and central charge of the conformal near horizon symmetry, which depends on black hole horizon radius. The conserved and central charge are going to be used in the Cardy's formula to compute the conformal black hole entropy. Another important limiting case of PG, teleparallel gravity, where gravitational dynamics is characterized by vanishing curvature and non-vanishing torsion, is analyzed in section 5. Section 6 is devoted to concluding remarks, while appendices contain some technical details.

Our conventions are the same as in ref. [5]. The Latin indices $(i, j, \dots)$ are the local Lorentz indices, the Greek indices $(\mu, \nu, \dots)$ are the coordinate indices, and both run over $0, 1, 2, 3$. The orthonormal coframe (tetrad) ϑ^i and the metric compatible (Lorentz) connection $\omega^{ij} = -\omega^{ji}$ are 1-forms, the dual basis (frame) is $e_i = e_i{}^\mu \partial_\mu$. The metric components in the local Lorentz and coordinate basis are $\eta_{ij} = (1, -1, -1, -1)$ and $g_{\mu\nu} = \eta_{ij}\vartheta^i{}_\mu \vartheta^j{}_\nu$, respectively, and ε_{ijmn} is the totally antisymmetric symbol with $\varepsilon_{0123} = 1$. The Hodge dual of a form α is denoted by ${}^\star\alpha$, and the wedge product of forms is implicit.

2 Tetrad formulation of extremal Kerr black hole geometry

In this section we shall introduce the tetrad formulation of the extremal Kerr black hole geometry. We shall introduce the near horizon geometry (NHEK), which represents our starting point in the study of the near horizon structure of the extremal Kerr black holes within Riemann-Cartan geometry.

2.1 Metric, conserved charges and the first law

Let us now give a brief overview of the basic features of the extremal Kerr black holes. We use the same notation as in [2]. A "diagonal" form of the extremal Kerr metric ($m = a$) in Boyer-Linquist coordinates [15]

$$ds^2 = N^2\Big(dt + m\sin^2\theta d\phi\Big)^2 - \frac{dr^2}{N^2} - \rho^2 d\theta^2 - \frac{\sin^2\theta}{\rho^2}\Big[mdt + (r^2+m^2)d\phi\Big]^2\,, \tag{2.1a}$$

where

$$N = \frac{r-m}{\rho} \qquad \rho^2 := r^2 + m^2\cos^2\theta\,. \tag{2.1b}$$

The equation $N = 0$ defines the extremal black hole horizon, which radius r_+ is given by

$$r_+ = m\,. \tag{2.2}$$

The two horizons that exist in Kerr solution coincide in the extremal case. The value of the angular velocity Ω_+ on the horizon takes the simple form

$$\Omega_+ = \frac{1}{2r_+} \equiv \frac{1}{2m}\,, \tag{2.3}$$

while the surface gravity and temperature vanish

$$\kappa = \frac{r_+ - m}{2mr_+} = 0\,, \quad T = \frac{\kappa}{2\pi} = 0\,. \tag{2.4}$$

The conserved charges energy and angular momentum of Kerr black hole in PG take the form [2]

$$E = m\,, \qquad J = m^2\,. \tag{2.5}$$

Let us note that the first law of black hole thermodynamics reads

$$0 = T\delta S \equiv \delta E - \Omega_+\delta J = \delta m - \frac{1}{2m}\delta m^2\,. \tag{2.6}$$

It is satisfied in the of the extremal Kerr black hole *disregarding the value of the black hole entropy.*

2.2 Near horizon extremal Kerr geometry

Let us now introduce the following coordinate transformations [8, 9]

$$\tilde t = \frac{\varepsilon t}{2r_+}\,, \qquad y = \frac{\varepsilon r_+}{r - r_+}\,, \qquad \varphi = \phi + \Omega_+ t\,, \tag{2.7}$$

along with the limit $\varepsilon \to 0$. The metric takes the following form

$$ds^2 = r_+^2(1+\cos^2\theta)\left[\frac{d\tilde t^2}{y^2} - \frac{dy^2}{y^2} - d\theta^2 - \left(\frac{2\sin\theta}{1+\cos^2\theta}\right)^2\left(d\varphi - \frac{d\tilde t}{y}\right)^2\right]\,. \tag{2.8}$$

Let us note that the above transformation is not a simple coordinate transformation, in that the resulting geometry is not equivalent to the starting one. That can be readily seen by noticing that the above metric is not asymptotically flat. The resulting geometry has been extensively studied in [8, 16]

Tetrads. The form of the metric implies the following "diagonal" choice of the vielbein ϑ^i

$$\begin{aligned}
\vartheta^0 &= \frac{\rho_+}{y} d\tilde{t}\,, \qquad \vartheta^1 = -\frac{\rho_+}{y} dy\,,\\
\vartheta^2 &= \rho_+ d\theta\,, \qquad \vartheta^3 = \frac{2\sin\theta}{\sqrt{1+\cos^2\theta}} r_+ \left(d\varphi - \frac{d\tilde{t}}{y} \right)\,,
\end{aligned} \tag{2.9}$$

where $\rho_+ = r_+\sqrt{1+\cos^2\theta}$

For later convenience let us now also display the form of the Riemannian connection and curvature.

Riemannian connection. From the relation $d\vartheta^i + \tilde{\omega}^i{}_k \vartheta^k = 0$, we get that the nonzero components of the Riemannian connection are

$$\begin{aligned}
&\tilde{\omega}^{01} = -\frac{\vartheta^0}{\rho_+} - \frac{r_+^2 \sin\theta}{\rho_+^3}\vartheta^3\,, \quad \tilde{\omega}^{02} = \frac{r_+^2 \sin 2\theta}{2\rho_+^3}\vartheta^0\,, \qquad \tilde{\omega}^{12} = \frac{r_+^2 \sin 2\theta}{2\rho_+^3}\vartheta^1\,,\\
&\tilde{\omega}^{03} = -\frac{r_+^2 \sin\theta}{\rho_+^3}\vartheta^1\,, \qquad \tilde{\omega}^{13} = -\frac{r_+^2 \sin\theta}{\rho_+^3}\vartheta^0\,, \qquad \tilde{\omega}^{23} = \frac{2r_+^2 \cot\theta}{\rho_+^3}\vartheta^3\,.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Riemannian curvature. The Riemannian curvature reads

$$\begin{aligned}
&\tilde{R}^{01} = -2C\vartheta^0\vartheta^1 - 2D\vartheta^2\vartheta^3\,, \qquad \tilde{R}^{02} = C\vartheta^0\vartheta^2 - D\vartheta^1\vartheta^3\,,\\
&\tilde{R}^{03} = C\vartheta^0\vartheta^3 + D\vartheta^1\vartheta^2\,, \qquad \tilde{R}^{12} = C\vartheta^1\vartheta^2 - D\vartheta^0\vartheta^3\,,\\
&\tilde{R}^{13} = C\vartheta^1\vartheta^3 + D\vartheta^0\vartheta^2\,, \qquad \tilde{R}^{23} = -2C\vartheta^2\vartheta^3 + 2D\vartheta^0\vartheta^1\,,
\end{aligned} \tag{2.11}$$

where

$$C = \frac{r_+^4}{\rho_+^6}(1 - 3\cos^2\theta)\,, \quad D = \frac{r_+^4 \cos\theta}{\rho_+^6}(3 - \cos^2\theta)\,.$$

3 Asymptotic conditions and asymptotic symmetry

In this section we shall first introduce the asymptotic conditions for the metric of the extremal Kerr black hole solution in the near horizon region. Due to the fact that NHEK is not asymptotically flat, finding consistent asymptotic boundary conditions is not a priori an obvious task. This result has been established in GR [8], however, care should be taken, as asymptotic boundary conditions of the metric do not precisely dictate the asymptotic boundary conditions for the tetrad. Therefore the consistent choice for the tetrad, as well as near horizon conformal symmetry will be provided in this section.

Metric asymptotics. In accordance with [8] we introduce the following set of consistent asymptotic conditions for the metric near the asymptotic boundary $y = 0$

$$g_{\mu\nu} \sim \begin{pmatrix}
\mathcal{O}_{-2} & \mathcal{O}_0 & \mathcal{O}_1 & \bar{g}_{\tilde{t}\varphi} + \mathcal{O}_0\\
\mathcal{O}_0 & \bar{g}_{yy} + \mathcal{O}_{-1} & \mathcal{O}_0 & \mathcal{O}_{-1}\\
\mathcal{O}_1 & \mathcal{O}_0 & \bar{g}_{\theta\theta} + \mathcal{O}_1 & \mathcal{O}_1\\
\bar{g}_{\tilde{t}\varphi} + \mathcal{O}_0 & \mathcal{O}_{-1} & \mathcal{O}_1 & \mathcal{O}_0
\end{pmatrix}\,, \tag{3.1}$$

where

$$
\begin{aligned}
\bar{g}_{\tilde{t}\tilde{t}} &= \frac{r_+^2(1+\cos^2\theta)}{y^2} - \frac{4\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\frac{r_+^2}{y^2}\,,\\
\bar{g}_{\tilde{t}\varphi} &= \frac{4\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\frac{r_+^2}{y}\,,\\
\bar{g}_{yy} &= -\frac{r_+^2(1+\cos^2\theta)}{y^2}\,,\\
\bar{g}_{\theta\theta} &= -r_+^2(1+\cos^2\theta)\,,
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

are background metric components and we use the notation $\mathcal{O}_n := \mathcal{O}(y^n)$.

Tetrad fields. The asymptotic form of the vielbein is given by

$$
\vartheta^i{}_\mu \sim \begin{pmatrix}
\mathcal{O}_{-1} & \mathcal{O}_1 & \mathcal{O}_2 & \mathcal{O}_1\\
\mathcal{O}_1 & \bar{\vartheta}^1{}_y + \mathcal{O}_0 & \mathcal{O}_1 & \mathcal{O}_0\\
\mathcal{O}_1 & \mathcal{O}_0 & \bar{\vartheta}^2{}_\theta + \mathcal{O}_1 & \mathcal{O}_1\\
\bar{\vartheta}^3{}_t f(\varphi) + \mathcal{O}_0 & \mathcal{O}_1 & \mathcal{O}_2 & \dfrac{\bar{\vartheta}^3{}_\varphi}{f(\varphi)} + \mathcal{O}_1
\end{pmatrix},
\tag{3.3}
$$

where background tetrad fields are given by

$$
\bar{\vartheta}^i{}_\mu = \begin{pmatrix}
\dfrac{\rho_+}{y} & 0 & 0 & 0\\
0 & -\dfrac{\rho_+}{y} & 0 & 0\\
0 & 0 & \rho_+ & 0\\
-\dfrac{2\sin\theta r_+}{\sqrt{1+\cos^2\theta}y} & 0 & 0 & \dfrac{2\sin\theta r_+}{\sqrt{1+\cos^2\theta}}
\end{pmatrix},
\tag{3.4}
$$

where $f(\varphi) = 1 + h(\varphi)$ is an arbitrary function of φ, such that $h(\varphi) \ll 1$.

Asymptotic symmetry. The transformation law of $\vartheta^i{}_\mu$ under PG transformations reads

$$
\delta_0\vartheta^i{}_\mu = \theta^i{}_k\vartheta^k{}_\mu - (\partial_\mu\xi^\rho)\vartheta^i{}_\rho - \xi^\rho\partial_\rho\vartheta^i{}_\mu\,,
$$

where ξ^μ and θ^{ij} are parameters of local translations and local Lorentz rotations, respectively.

The asymptotic form of the metric is preserved by asymptotic Killing vector ξ^μ of the following form

$$
\xi^{\tilde{t}} = T + \mathcal{O}_3\,, \qquad \xi^y = y\partial_\varphi\epsilon(\varphi) + \mathcal{O}_2\,, \qquad \xi^\theta = \mathcal{O}_1\,, \qquad \xi^\varphi = \epsilon(\varphi) + \mathcal{O}_2\,. \tag{3.5a}
$$

The transformation corresponding to T is a constant time translation, and we are able to restrict our attention to the conformal group disregarding this transformation, due to the fact that its generator commutes with the generator of the conformal symmetry. The subdominant terms correspond to trivial diffeomorphisms, and they be disregarded, so that the final form of the asymptotic Killing vector reads

$$
\xi = (y\partial_\varphi\epsilon(\varphi))\,\partial_y + \epsilon(\varphi)\partial_\varphi\,. \tag{3.5b}
$$

All the parameters of Lorentz rotations obtained from the invariance of the tetrad fields are asymptotically vanishing

$$\begin{aligned}
&\theta^{01} = \mathcal{O}_2\,, \quad \theta^{02} = \mathcal{O}_2\,, \quad \theta^{03} = \mathcal{O}_1\,, \\
&\theta^{12} = \mathcal{O}_1\,, \qquad \theta^{13} = \mathcal{O}_2\,, \quad \theta^{23} = \mathcal{O}_2\,.
\end{aligned} \tag{3.5c}$$

The Riemannian connection can be expressed in terms of tetrad fields and therefore its asymptotic form is invariant under transformations (3.5).

The transformations with $\epsilon = 0$ represent *residual gauge transformations* which give trivial contribution to the conserved charge. Therefore, the asymptotic symmetry group is defined as a factor group with respect to residual transformations. From the general algebra of PG we get the composition rule for the asymptotic transformations

$$\begin{aligned}
&[\delta_0(\epsilon_1), \delta_0(\epsilon_2)] = \delta_0(\epsilon_3)\,, \\
&\epsilon_3 = \epsilon_1\epsilon_2' - \epsilon_2\epsilon_1'\,,
\end{aligned} \tag{3.6}$$

where $\epsilon' := \partial_\varphi \epsilon$. In terms of Fourirer modes

$$\ell_n := \delta_0(\epsilon = e^{in\varphi})\,,$$

the algebra of the asymptotic symmetry takes the Virasoro form

$$[\ell_n, \ell_m] = i(m-n)\ell_{m+n}\,. \tag{3.7}$$

In what follows we shall analyze the canonical realization of the asymptotic symmetry in the two important cases – Riemannian PG solution and teleparallel solution.

4 Riemannian extremal Kerr black hole in PG

In this section we shall analyze the Riemannian extremal Kerr black hole within the framework of PG. It is well known that Kerr black hole is a solution of the GR field equations with vanishing cosmological constant $\Lambda = 0$, and so is its extremal case. Existence of the corresponding near horizon geometry is a property of the extremal Kerr, and it should be noted that this near horizon geometry is the solution of GR field equations as well [17]. From the general theorem which states that GR solutions also represent solutions of PG, one can conclude that the Kerr black hole, as well as NHEK also satisfy, the PG field equations for $\Lambda = 0$. There is also a direct proof based on the form of the effective PG Lagrangian [2]

$$L_G = -^\star(a_0 R + 2\Lambda) + \frac{1}{2} b_1 R^{ij\star} R_{ij}\,, \tag{4.1}$$

which defines the corresponding covariant momenta as $H_i = 0$ and

$$H_{ij} = -2a_0{}^\star(\vartheta_i \vartheta_j) + b_1{}^\star R_{ij}\,, \tag{4.2a}$$

or in more detail

$$
\begin{aligned}
H_{01} &= -2a_0\vartheta^2\vartheta^3 + 2b_1(-2C\vartheta^2\vartheta^3 + 2D\vartheta^0\vartheta^1)\,, \\
H_{02} &= 2a_0\vartheta^1\vartheta^3 + 2b_1(-C\vartheta^1\vartheta^3 - D\vartheta^0\vartheta^2)\,, \\
H_{03} &= -2a_0\vartheta^1\vartheta^2 + 2b_1(C\vartheta^1\vartheta^2 - D\vartheta^0\vartheta^3)\,, \\
H_{12} &= -2a_0\vartheta^0\vartheta^3 + 2b_1(C\vartheta^0\vartheta^3 + D\vartheta^1\vartheta^2)\,, \\
H_{13} &= 2a_0\vartheta^0\vartheta^2 + 2b_1(-C\vartheta^0\vartheta^2 + D\vartheta^1\vartheta^3)\,, \\
H_{23} &= -2a_0\vartheta^0\vartheta^1 + 2b_1(-2C\vartheta^0\vartheta^1 - 2D\vartheta^2\vartheta^3)\,.
\end{aligned} \tag{4.2b}
$$

In the following subsections, the conserved and central charge on the horizon will be computed. We shall make use of the general expression for the variation of the canonical generator on the horizon [1]

$$
\delta\Gamma_H = \oint_{S_H} \delta B(\xi)\,, \tag{4.3a}
$$

$$
\delta B(\xi) := (\xi\rfloor\vartheta^i)\delta H_i + \delta\vartheta^i(\xi\rfloor H_i) + \frac{1}{2}(\xi\rfloor\omega^{ij})\delta H_{ij} + \frac{1}{2}\delta\omega^{ij}(\xi\rfloor\delta H_{ij})\,. \tag{4.3b}
$$

where ξ is either exact or an asymptotic Killing vector.

4.1 Conserved charge

Let us now compute the conserved charge on the horizon. It is obtained for $\xi = \partial_\varphi$. Since $H_i = 0$ the variation of the canonical generator (4.3) reduces now to:

$$
\begin{aligned}
\delta\Gamma_H &:= \oint_{S_H} \delta B\,, \\
\delta B &= \frac{1}{2}\omega_{ij\varphi}\delta H^{ij} + \frac{1}{2}(\delta\omega^{ij})H_{ij\varphi}\,.
\end{aligned} \tag{4.4}
$$

The non-vanishing contribution to the conserved charge stems from:

$$
\tilde{\omega}^{01}{}_\varphi\delta H_{01} = \frac{4a_0\sin^2\theta}{(1+\cos^2\theta)^2}\delta(2\sin\theta r_+^2)d\theta d\varphi\,. \tag{4.5}
$$

Now we get that the conserved charge reads:

$$
J \;=\; \oint_{S_H} \tilde{\omega}^{01}{}_\varphi\delta H_{01} = 16\pi a_0 r_+^2 \equiv r_+^2\,, \tag{4.6}
$$

where we used

$$
\int_0^\pi \frac{\sin^3\theta}{(1+\cos^2\theta)^2}d\theta = 1\,.
$$

4.2 Central charge and black hole entropy

We shall compute the central charge from the algebra of the improved canonical generators, which has the following form:

$$
\{\tilde{G}(\epsilon_1), \tilde{G}(\epsilon_2)\} = \tilde{G}(\epsilon_3) + C\,, \tag{4.7}
$$

where ϵ_3 is defined by the composition rule (3.6) and C is the central term of the algebra.

After using the main result of the seminal Brown-Henneaux paper [18], the canonical algebra (4.7) can be simplified and it takes the form of the following weak equality:

$$\{\tilde{G}(\epsilon_1), \tilde{G}(\epsilon_2)\} \approx \delta_0(\epsilon_1)\Gamma_H(\epsilon_2) \approx \Gamma_H(\epsilon_3) + C\,, \tag{4.8}$$

The central term is a constant functional and therefore it can be computed by varying the background configuration. Non-zero contributions to the above variation are given by

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\oint_{S_H} (\xi_2 \rfloor \bar{\omega}^{ij})\delta_0(\xi_1)\bar{H}_{ij} + \delta_0(\xi_1)\bar{\omega}^{ij}(\xi_2 \rfloor \bar{H}_{ij}) &= 8a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} (\epsilon_1\epsilon_2' - \epsilon_2\epsilon_1')d\varphi \\ &- 4a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} (\epsilon_1'\epsilon_2'' - \epsilon_2'\epsilon_1'')d\varphi \end{aligned} \tag{4.9}$$

The first term in the equation above can be identified with the surface term with parameter $\epsilon_3 = \epsilon_1\epsilon_2' - \epsilon_2\epsilon_1'$, while the second one gives the central charge

$$C = -4a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} (\epsilon_1'\epsilon_2'' - \epsilon_2'\epsilon_1'')d\varphi\,. \tag{4.10}$$

For the computational details see appendix A.

In terms of Fourier modes the canonical algebra of the improved generators reads:

$$\{L_n, L_m\} = -i(n-m)L_{m+n} - \frac{c}{12} i n^3 \delta_{n,-m}\,, \tag{4.11}$$

where in the string theory normalization

$$c = 12 \cdot 16\pi a_0 r_+^2 = 12 r_+^2 \equiv 12J\,. \tag{4.12}$$

Let us note that central charge does not depend on action paramater b_1, but does depend on the parameter of the horizon radius r_+.

Now the entropy can be calculated via Cardy's formula:

$$S = 2\pi\sqrt{\frac{c}{6}\left(J - \frac{c}{24}\right)} = 2\pi r_+^2\,. \tag{4.13}$$

The result for the conformal entropy of the extremal Riemannian Kerr black hole in PG represents a smooth limit obtained from the expression for gravitational entropy of the generic Kerr black hole in the same theory [2].

5 Extremal Kerr black hole in TG

Teleparallel gravity is a special case of PG, which is defined by the condition of vanishing Riemann-Cartan curvature, $R^{ij} = 0$ [19]. The Kerr solution does indeed solve the equations of motion of teleparallel gravity [2].

Let us note that from the condition $R^{ij} = 0$ it does not follow that the connection ω^{ij} (which is a "pure gauge") vanishes. Since, connection does not influence the PG dynamics, we shall adopt the simplest choice $\omega^{ij} = 0$. Thus, the tetrad field remains the only dynamical variable, and torsion takes the form $T^i = d\vartheta^i$. For the spacetime with tetrad (2.9), the nonvanishing components of torsion are given by

$$
\begin{aligned}
T^0 &= -\frac{1}{\rho_+}\vartheta^0\vartheta^1 + \frac{r_+^2 \sin 2\theta}{2\rho_+^3}\vartheta^0\vartheta^2 \,, \qquad T^1 = \frac{r_+^2 \sin 2\theta}{2\rho_+^3}\vartheta^1\vartheta^2 \,, \\
T^3 &= \frac{2r_+^2 \sin\theta}{\rho_+^3}\vartheta^0\vartheta^1 + \frac{2r_+^2 \cos\theta}{\rho_+^3 \sin\theta}\vartheta^2\vartheta^3 \,.
\end{aligned} \tag{5.1}
$$

All three irreducible parts of T^i are nonvanishing.

The Lagrangian of the teleparallel equivalent of GR, so called $\mathrm{GR}_\parallel$ is given by

$$
L_T := a_0 T^{i\,\star}\left({}^{(1)}T_i - 2{}^{(2)}T_i - \frac{1}{2}{}^{(3)}T_i\right) . \tag{5.2}
$$

This equivalence ensures that every vacuum solution of GR is also a solution of $\mathrm{GR}_\parallel$ and in particular, this is true for the extremal Kerr spacetime. Though the two theories are dynamically equivalent, their geometric content is quite different: GR is characterized by a Riemannian curvature and vanishing torsion, whereas the teleparallel geometry of $\mathrm{GR}_\parallel$ has a nontrivial torsion but vanishing curvature.

The covariant momentum is given by

$$
H^i = 2a_0\,{}^\star\left({}^{(1)}T^i - 2{}^{(2)}T^i - \frac{1}{2}{}^{(3)}T^i\right) , \tag{5.3a}
$$

and its explicit form reads

$$
\begin{aligned}
H^0 &= 2a_0\left(-\frac{r_+^3 \sin\theta}{\rho_+^3}\vartheta^0\vartheta^2 + \frac{\cos\theta}{\rho_+ \sin\theta}\vartheta^1\vartheta^3\right) , \\
H^1 &= 2a_0\left(\frac{\cos\theta}{\rho_+ \sin\theta}\vartheta^0\vartheta^3 - \frac{r_+^2 \sin\theta}{\rho_+^3}\vartheta^1\vartheta^2\right) , \\
H^2 &= -2a_0\frac{\vartheta^0\vartheta^3}{\rho_+} \,, \\
H^3 &= 2a_0\left(\frac{r_+^2 \sin 2\theta}{\rho_+^3}\vartheta^0\vartheta^1 + \frac{1}{\rho_+}\vartheta^0\vartheta^2 - \frac{r_+^2 \sin\theta}{\rho_+^3}\vartheta^2\vartheta^3\right) .
\end{aligned} \tag{5.3b}
$$

5.1 Conserved charge

We shall now compute the conserved charge on the horizon. It is obtained for $\xi = \partial_\varphi$. Since $H_{ij} = 0$ the variation of the canonical generator (4.3) reduces now to

$$
\begin{aligned}
\delta\Gamma_H &:= \oint_{S_H} \delta B \,, \\
\delta B &= b_{i\varphi}\delta H^i + (\delta\vartheta^i)H_{i\varphi} \,.
\end{aligned} \tag{5.4}
$$

The non-vanishing contribution to the conserved charge stems from

$$
\vartheta^3{}_\varphi\delta H_3 + (\delta\vartheta^3)H_{3\varphi} = \frac{4a_0 \sin^2\theta}{(1+\cos^2\theta)^2}\delta(2\sin\theta r_+^2)d\theta d\varphi \,. \tag{5.5}
$$

Now we get that the conserved charge reads

$$J = \oint_{S_H} \vartheta^3{}_\varphi \delta H_3 + (\delta\vartheta^3) H_{3\varphi} = 16\pi a_0 r_+^2 \equiv r_+^2 \,. \tag{5.6}$$

5.2 Central charge and black hole entropy

The central charge can again be obtained from the algebra of the improved canonical generators as in the previous section. The central term, computed by varying the background configuration, (for details see appendix B) is given by

$$C = -4a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} (\epsilon_1' \epsilon_2'' - \epsilon_2' \epsilon_1'') d\varphi \,. \tag{5.7}$$

In terms of Fourier modes the canonical algebra of the improved generators reads:

$$\{L_n, L_m\} = -i(n-m) L_{m+n} - \frac{c}{12} i n^3 \delta_{n,-m} \,, \tag{5.8}$$

where in the string theory normalization

$$c = 12 \cdot 16\pi a_0 r_+^2 = 12 r_+^2 \equiv 12 J \,. \tag{5.9}$$

The entropy of the extremal Kerr black hole in $\mathrm{GR}_\|$ can be calculated via Cardy's formula:

$$S = 2\pi \sqrt{\frac{c}{6}\left(J - \frac{c}{24}\right)} = 2\pi r_+^2 \,. \tag{5.10}$$

The result for the conformal entropy of the extremal Kerr black hole in $\mathrm{GR}_\|$ represents a smooth limit obtained from the expression for gravitational entropy of the generic Kerr black hole in the same theory [2].

6 Concluding remarks

We analyzed the near horizon symmetry for the extremal Kerr black hole in the framework of PG by using the Hamiltonian approach in the first order formulation of the theory. We have shown, considering two important limits of PG, namely Riemannian and teleparallel solution, that the algebra of improved canonical generators for the extremal Kerr black hole takes the form of Virasoro algebra with classical central charge which depends on the black hole horizon radius. We computed the extremal Kerr black hole entropy via Cardy's formula, finding that conformal entropy calculated this way equals the smooth limit of the non-extremal gravitational entropy. The method we developed can be extended to the extremal Kerr black hole with torsion in the generic case. Also it would be interesting to examine near horizon structure of the extremal Reissner-Nordström-like black hole solutions with torsion [20, 21].

Acknowledgments

This work was supported by the Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia.

A Central charge for extremal Riemannian black hole in PGT

The central charge stems from the variation of the surface term $\delta_0(\epsilon_1)\Gamma_H(\epsilon_2)$ on the background configuration.

Asymptotic Killing vector, after disregarding residual gauge transformations reads

$$\xi = y\epsilon'\partial_y + \epsilon\partial_\varphi \,. \tag{A.1}$$

We shall make use of the following non-vanishing internal products

$$\begin{aligned}
\xi\rfloor\vartheta^1 &= -r_+\sqrt{1+\cos^2\theta}\epsilon' \,, \qquad & \xi\rfloor\bar\vartheta^3 &= \frac{2r_+\sin\theta}{\sqrt{1+\cos^2\theta}}\epsilon \,, \qquad \text{(A.2a)}\\
\xi\rfloor\bar\omega^{01} &= -\frac{2\sin^2\theta}{(1+\cos^2\theta)^2}\epsilon \,, & \xi\rfloor\bar\omega^{03} &= \frac{\sin\theta}{1+\cos^2\theta}\epsilon' \,,\\
\xi\rfloor\bar\omega^{12} &= -\frac{\sin\theta\cos\theta}{1+\cos^2\theta}\epsilon' \,, & \xi\rfloor\bar\omega^{23} &= \frac{4\cos\theta}{(1+\cos^2\theta)^2}\epsilon \,. \qquad \text{(A.2b)}
\end{aligned}$$

The non-vanishing terms in the variation of the background configuration of tetrad fields (on the boundary defined by $\tilde t = \text{const}$ and $y \to 0$) are given by

$$\delta_0\bar\vartheta^1 = r_+\sqrt{1+\cos^2\theta}\epsilon'' d\varphi \,, \tag{A.3a}$$

$$\delta_0\bar\vartheta^3 = -\frac{2r_+\sin\theta}{\sqrt{1+\cos^2\theta}}\epsilon' d\varphi \,. \tag{A.3b}$$

Consequently, for the canonical momenta $\bar H_{ij}$ we obtain

$$\delta_0\bar H_{01} = 4(a_0+2b_1C)r_+^2\sin\theta\epsilon' d\theta d\varphi \,, \tag{A.4a}$$

$$\delta_0\bar H_{03} = 2(a_0-b_1C)r_+^2(1+\cos^2\theta)\epsilon'' d\theta d\varphi \,, \tag{A.4b}$$

$$\delta_0\bar H_{12} = -2b_1Dr_+^2(1+\cos^2\theta)\epsilon'' d\theta d\varphi \,, \tag{A.4c}$$

$$\delta_0\bar H_{23} = 8b_1Dr_+^2\sin\theta\epsilon' d\theta d\varphi \,. \tag{A.4d}$$

After term by term integration we get

$$\oint_{S_H}(\xi_2\rfloor\bar\omega^{01})\delta_0(\xi_1)\bar H_{01} = -\left(8a_0r_+^2 + \frac{1}{2}b_1(8+3\pi)\right)\int_0^{2\pi}\epsilon_2\epsilon_1' d\varphi \,, \tag{A.5a}$$

$$\oint_{S_H}(\xi_2\rfloor\bar\omega^{03})\delta_0(\xi_1 1)\bar H_{03} = \left(4a_0r_+^2 - b_1\right)\int_0^{2\pi}\epsilon_2'\epsilon_1'' d\varphi \,, \tag{A.5b}$$

$$\oint_{S_H}(\xi_2\rfloor\bar\omega^{12})\delta_0(\xi_1)\bar H_{12} = b_1\int_0^{2\pi}\epsilon_2'\epsilon_1'' d\varphi \,, \tag{A.5c}$$

$$\oint_{S_H}(\xi_2\rfloor\bar\omega^{23})\delta_0(\xi_1)\bar H_{23} = \frac{1}{2}b_1(8+3\pi)\int_0^{2\pi}\epsilon_2\epsilon_1' d\varphi \,. \tag{A.5d}$$

In the above expression we made use of the following definite integrals

$$\begin{aligned}
&\int_0^\pi \frac{\sin^3\theta}{(1+\cos^2\theta)^2} = 1\,, \qquad \int_0^\pi \frac{\sin^2\theta(1-3\cos^2\theta)}{(1+\cos^2\theta)^5} = \frac{1}{32}(8+3\pi),\,, \\
&\int_0^\pi \frac{\sin\theta(1-3\cos^2\theta)}{(1+\cos^2\theta)^3} = \frac{1}{2}\,, \qquad \int_0^\pi \frac{\sin\theta\cos^2\theta(3-\cos^2\theta)}{(1+\cos^2\theta)^3} = \frac{1}{2}\,, \\
&\int_0^\pi \frac{\sin\theta\cos^2\theta(3-\cos^2\theta)}{(1+\cos^2\theta)^5} = \frac{1}{64}(8+3\pi)\,.
\end{aligned} \tag{A.6}$$

After summing up all the contributions we get the first term

$$\frac{1}{2}\oint_{S_H}(\xi_2 \lrcorner\, \bar{\omega}^{ij})\delta_0(\xi_1)\bar{H}_{ij} = -8a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} \epsilon_2\epsilon_1' d\varphi + 4a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} \epsilon_2'\epsilon_1'' d\varphi\,. \tag{A.7}$$

The non-vanishing variations of the connection are given by

$$\delta_0\bar{\omega}^{01} = \frac{2\sin^2\theta}{(1+\cos^2\theta)^2}\epsilon' d\varphi\,, \tag{A.8a}$$

$$\delta_0\bar{\omega}^{03} = -\frac{\sin\theta}{1+\cos^2\theta}\epsilon'' d\varphi\,, \tag{A.8b}$$

$$\delta_0\bar{\omega}^{12} = \frac{\sin\theta\cos\theta}{1+\cos^2\theta}\epsilon'' d\varphi\,, \tag{A.8c}$$

$$\delta_0\bar{\omega}^{23} = -\frac{4\cos\theta}{(1+\cos^2\theta)^2}\epsilon' d\varphi\,. \tag{A.8d}$$

The internal products with canonical momenta are given by

$$\xi \lrcorner\, \bar{H}_{01} = 4(a_0+2b_1 C)r_+^2 \sin\theta\epsilon d\theta\,, \tag{A.9a}$$

$$\xi \lrcorner\, \bar{H}_{03} = 2(a_0-b_1 C)(1+\cos^2\theta)r_+^2\epsilon' d\theta\,, \tag{A.9b}$$

$$\xi \lrcorner\, \bar{H}_{12} = -2b_1 D(1+\cos^2\theta)r_+^2\epsilon' d\theta,\,, \tag{A.9c}$$

$$\xi \lrcorner\, \bar{H}_{23} = 8b_1 D r_+^2 \sin\theta\epsilon d\theta\,. \tag{A.9d}$$

Since all the integrals over θ are identical the second term takes the following form

$$\frac{1}{2}\delta_0(\xi_1)\omega^{ij}(\xi_2 \lrcorner\, H_{ij}) = 8a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} \epsilon_1\epsilon_2' d\varphi - 4a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} \epsilon_1'\epsilon_2'' d\varphi\,. \tag{A.10}$$

B Central charge of the extremal Kerr black hole in TG

In TG the curvature equals zero and therefore we have to compute the variation the variation of the background canonical covariant momenta $\bar{H}_i$

$$\delta_0\bar{H}_1 = -2a_0\frac{r_+\sin\theta}{\sqrt{1+\cos^2\theta}}\epsilon'' d\theta d\varphi\,, \tag{B.1a}$$

$$\delta_0\bar{H}_3 = -4a_0\frac{\sin^2\theta}{r_+(1+\cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}}\epsilon' d\theta d\varphi\,. \tag{B.1b}$$

As in the Riemannian case after performing integration θ, we directly obtain

$$(\xi_2 \rfloor \bar{\vartheta}^i)\delta_0(\xi_1)\bar{H}_i = 4a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} \epsilon_2' \epsilon_1'' d\varphi - 8a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} \epsilon_2 \epsilon_1' d\varphi \,. \tag{B.2}$$

The non-trivial internal products of the canonical momenta read

$$\xi \rfloor \bar{H}_1 = -2a_0 \frac{r_+ \sin\theta}{\sqrt{1+\cos^2\theta}} \epsilon' d\theta \,, \tag{B.3a}$$

$$\xi \rfloor \bar{H}_3 = -4a_0 \frac{\sin^2\theta}{r_+(1+\cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}} \epsilon d\theta \,. \tag{B.3b}$$

The second term takes the following form

$$\delta_0(\xi_1)\vartheta^i(\xi_2 \rfloor \bar{H}_i) = -4a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} \epsilon_1' \epsilon_2'' d\varphi + 8a_0 r_+^2 \int_0^{2\pi} \epsilon_1 \epsilon_2' d\varphi \,. \tag{B.4}$$

References

[1] M. Blagojević and B. Cvetković, Entropy in Poincaré gauge theory: Hamiltonian approach, Phys. Rev. D **99** (2019) 10, 104058 [arXiv:1903.02263].

[2] M. Blagojević and B. Cvetković, Hamiltonian approach to black hole entropy: Kerr-like spacetimes, Phys. Rev. **100** (2019)4, 044029 [arXiv: 1905.04928].

[3] M. Blagojević and B. Cvetković, Entropy in general relativity: Kerr-AdS black hole, Phys. Rev D **101** (2020) 084023 [arXiv:2002.05029]; Thermodynamics of Riemannian Kerr-AdS black holes in Poincaré gauge theory, Phys. Lett. B **816** (2021) 136242 (5 pages) [arXiv:2103.00330].

[4] M. Blagojević and B. Cvetković, Entropy of Reissner-Nordström-like black holes, Phys. Lett. B **824** (2022) 136815 (5 pages) [arXiv:2112.02099].

[5] M. Blagojević and B. Cvetković, Entropy of Kerr-Newman-AdS black holes with torsion, Phys.Rev.D **105** (2022) 10, 104014 [arXiv:2203.14696].

[6] T. Regge and C. Teitelboim, Role of surface integrals in the Hamiltonian formulation of general relativity, Ann. Phys. (N.Y.) **88** (1974) 286-318.

[7] R. Wald, Black hole entropy is Noether charge, arXiv:gr-qc/9307038;

V. Iyer and R. Wald, Some properties of Noether charge and a proposal for dynamical black hole entropy, arXiv:qr-qc/9403028; A Comparison of Noether charge and Euclidean methods for computing the entropy of stationary black holes, arXiv:gr-qc/9503052.

[8] M. Guica, T. Hartman, W. Song, and A. Strominger, Phys. Rev. D **80** (2009) 124008 [arXiv:0809.4266].

[9] S. Carlip, Effective conformal descriptions of black hole entropy, arXiv:1107.2678; Black hole thermodynamics, in: *One hundred years of general relativity*, edited by W. T. Ni (World Scientific, Singapore, 2017), chapter 22.

[10] F. W. Hehl, Four lectures on Poincaré gauge theory, in *Proc. 6th Course of the International School of Cosmology and Gravitation on Spin Torsion and Supergravity*, edited by P. G. Bergmann and V. de Sabbatta (Plenum, New York, 1980);
F. W. Hehl, J. D. McCrea, E. W. Mielke, and Y. Ne'eman, Metric-afine gauge theory of gravity: Feld equations, Noether identities, world spinors, and breaking of dilation invariance, Phys. Rep. **258** (1995) 1-177.

[11] *Gauge Theories of Gravitation, A Reader with Commentaries*, edited by M. Blagojević and F. W. Hehl (Imperial College Press, London, 2013).

[12] M. Blagojević, *Gravitation and Gauge Symmetries* (IoP, Bristol, 2002).

[13] B. Cvetković and D. Simić, Near-horizon geometry with torsion, Phys.Rev.D **99**63 (2019) 2, 024032 [arXiv: 1809.00555].

[14] J. M. Nester, A covariant Hamiltonian for gravity theories, Mod. Phys. Lett. **06** (1991) 2655-2661; in Directions in General Relativity, Vol. I, edited by B. L. Hu, M. P. Ryan and C. V. Vishveshwara (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1993) pp. 245-260.

[15] J. B. Griffiths and J. Podolsky, *Exact Space-Times in Einstein's General Relativity* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2009).

[16] J. Bardeen and G. T. Horowitz, The Extreme Kerr Throat Geometry: A Vacuum Analog of $AdS_2 \times S^2$, Phys. Rev. D **60**, 104030 (1999) [arXiv: hep-th/9905099].

[17] H. K. Kunduri and J. Lucietti, Classification of near-horizon geometries of extremal black holes, Living Rev.Rel. **16** (2013) 8, [arXiv: 1306.2517].

[18] J.D. Brown and M. Henneaux, On the Poisson Brackets of Differentiable Generators in Classical Field Theory, J.Math.Phys. **27** (1986) 489-491.

[19] F. Müller-Hoissen and J. Nitsch, Teleparallelism — A viable theory of gravity?, Phys. Rev. D **28**, 718-728 (1983).

[20] J. A. R. Cembranos and J. G. Valcarcel, New torsion black hole solutions in Poincaré gauge theory, J. Cosmol. Astropart. Phys. **01**, 014 (2017) [arXiv:1608.00062].

[21] J. A. R. Cembranos and J. G. Valcarcel, Extended Reissner–Nordström solutions sourced by dynamical torsion, Phys. Lett. B **779**, 143–150 (2018) [arXiv:1708.00374].