



# 100 ГОДИНА ОПШТЕ ТЕОРИЈЕ РЕЛАТИВНОСТИ

САНУ, БЕОГРАД, 23. ЈУН 2015.

[www.gravity.ipb.ac.rs/gr100](http://www.gravity.ipb.ac.rs/gr100)





ЖИВОТ  
ЈЕ КАО ВОЖЊА  
БИЦИКЛА  
ДА БИ ОСТАО  
У РАВНОТЕЖИ  
🚲 МОРАШ СЕ 🚲  
КРЕТАТИ

*A. Einstein*

# 100 ГОДИНА ОПШТЕ ТЕОРИЈЕ РЕЛАТИВНОСТИ

Скуп 100 ГОДИНА ОПШТЕ ТЕОРИЈЕ РЕЛАТИВНОСТИ организовали су чланови пројекта основних истраживања ОН171031 “Физичке импликације модификованог простор-времена” Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије. Група која се бави проблемима гравитације у Београду постоји отприлике од 1979. године и за тих 36 година кроз њу је прошло више од 36 студената и истраживача: данас је број сарадника на пројекту 18 а њихове главне теме истраживања су градијентне теорије гравитације, динамика струна и брана, некомутативна геометрија и некомутативна теорија поља и “loop”-квантна гравитација. Захваљујемо се МПНТР Републике Србије и Српској академији наука и уметности на финансијској и организационој помоћи.

## Научни одбор:

Милутин Благојевић  
Маја Бурић  
Воја Радовановић  
Бранислав Саздовић  
Ђорђе Шијачки

## Организациони одбор:

Маја Бурић  
Марко Војиновић  
Љубица Давидовић  
Никола Коњик  
Душко Латас  
Драган Прекрат



## Садржај

1 Кратка историја гравитације .....	7
Милутин Благојевић	
2 Општа теорија релативности: увод, преглед и перспективе .....	19
Бранислав Цветковић	
3 Експерименталне потврде Опште теорије релативности .....	31
Душко Латас	
4 Гравитациони таласи - шта се то таласа? .....	43
Бојан Николић	
5 Стандардни модел космологије .....	51
Дејан Стојковић	
6 Општа теорија релативности и Интерстелар: на граници науке и научне фантастике .....	57
Марија Димитријевић Ћирић	
7 Квантна гравитација .....	67
Воја Радовановић	

“Никад не размишљао о будућности; ионако долази пребрзо.”

Алберт Ајнштајн

Ове године навршава се 100 година од године када је Ајнштајн први пут, у Пруској академији наука, говорио о свом открићу Опште теорије релативности, једном од највећих достигнућа физике двадесетог века и физике уопште. Зато се ова година свуда у свету прославља научним и стручним конференцијама, специјалним издањима књига и часописа, а сва је прилика да је и премијера филма *Интерстелар* усклађена са овим датумом. И ми смо, као и многи други, сматрали да је прикладан начин да се обележи 100 година то, да се говори и пише о теорији релативности, да се сумира Ајнштајново откриће и развој научних идеја које су из њега потекле. Ово ће бити основни садржај скупа *100 година Опште теорије релативности*, 23. јуна у Српској академији наука и уметности. На сличан начин су ову годишњицу обележили часописи *Science* - посебним бројем *Општа релативност пуни 100 година*, и *Classical and Quantum Gravity* - бројем *Milestones in General Relativity*. Пошто је преглед развоја опште теорије релативности, како су га видели уредници *Класичне и квантне гравитације*, нешто општији и обухватнији од нашег, можда је интересантно да наведемо њихов избор најважнијих открића која су у теорији гравитације уследила после 1915. Њихових топ 13 су:

- Едингтоново мерење скретања светлости (1919)
- Хаблова опсервација ширења свемира (1929)
- рад Ивон Шоке-Бриа о почетним условима за Ајнштајнове једначине (1952)
- рад Арновита, Дезера и Мизнера о степенима слободе гравитационог поља (1959)
- Вилер-де Витова једначина (1963)
- налажење Керове метрике за ротирајућу црну рупу (1963)
- откриће космичког позадинског зрачења (1965)
- теореме о сингуларитетима (1965)
- Веберова објава детекције гравитационих таласа (1965)
- термодинамика црних рупа (1970-74)
- откриће бинарног пулсара (1974)
- AdS/CFT кореспонденција (1998)
- пробој у нумеричком решавању проблема кретања бинарних црних рупа (2005).

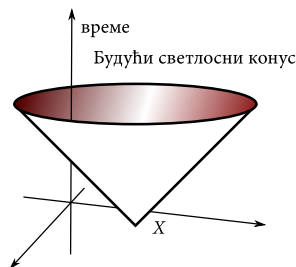
Алберт Ајнштајн је, са Мерилин Монро, икона двадесетог века. У славу његових открића из чудесне 1905. године, 2005. је проглашена међународном годином физике - иако је истовремено са Ајнштајном радила плејада бриљантних научника и створене су такве теорије као што је квантна механика. Мало тога о Ајнштајну није већ речено и написано, али ипак можда ова конкретна годишњица и сама општа теорија релативности заслужују да се нешто од тога понови.

И не покушавајући да схватимо феномен Ајнштајнове популарности ни његов огроман утицај на филозофију и разумевање природе уопште, можемо да поставимо кратко питање: шта је Ајнштајн нама?<sup>1</sup> Ајнштајна веома често упоређују са Њутном, и са пуним правом:

---

<sup>1</sup>Осим што нам је зет, што заљда и објашњава однос Срба према Ајнштајну који је чисто

обојица су дивови науке (на чијим раменима сви ми стојимо), обојица су описали гравитацију, обојица су на фантастичне и нове начине спојили математику и физику. Додуше, Ајнштајн је некако целу ствар изокренуо наопачке. У већем делу историје, од Галилеја на овамо, сматрало се да је улога теоријске физике да, на математички конзистентан и комплетан начин, опише експеримент: и разуме се, што једноставније. На пример, квантна механика развила се тако што се од 1879. до 1913. накупио огроман број експерименталних резултата који су били необјашњиви, у ствари у супротности са класичном механиком, и нова теорија је морала је да настане. Радом бројних врхунских физичара, уз много рачунских или интуитивних, тачних или погрешних корака, 1926. добили смо Шредингерову једначину. Развој опште теорије релативности био је обрнут, као што је светлосни конус на сликама некако увек обрнут и не ослања се као свака купа на своју основицу него на врх. Ајнштајн је десет година, од 1905. до 1915, покушавао да уклопи гравитацију и принцип еквиваленције у специјалну теорију релативности и да добије једначине које коваријантно описују гравитационо поље. После много покушаја, мање и више прецизних аргумената и дугачких рачуна дошао до тога да се гравитацију треба описати Римановом геометријом, и да су једначине гравитационог поља – Ајнштајнове једначине. У неком смислу општа теорија релативности је настала без икакве потребе, без иједног претходног експеримента. У целости - из Ајнштајновог ума и интуиције. Експерименти који ће је потврдити су у већем броју почели да стижу много касније, после 1960. године; а данас нема друге теорије која може правилно да опише огроман број астрофизичких података који стижу из бројних опсерваторија, свемирских сонди и сателита. Скоро све невероватне последице Ајнштајнових једначина као као што су црне рупе и велики прасак, које су прво нашле пут до научне фантастике, данас видимо у експерименту.



Сматра се да је специјална теорија релативности 1905. је била “у ваздуху” и да би је, да није Ајнштајн, формулисао неко други. Али на откриће Опште теорије релативности бисмо највероватније чекали до педесетих или шездесетих година двадесетог века, до времена када су Фирц и Паули, Гупта, Тиринг и Фајнман анализирали теорију поља спина 2. Ова чињеница ставља Општу теорију релативности и самог Ајнштајна на посебно место у физици, и она је изменила однос самог Ајнштајна (и многих бриљантних младих физичара после њега) према истраживању у физици и научном сазнању. Мада, на почетку своје каријере (у предговору књизи Релативност: специјална и општа теорија из 1916) Ајнштајн пише да, као и Болцман, сматра да “елеганцију треба препустити кројачима и обућарима”, касније ће елеганција, јасноћа и једноставност постати важни критеријуми за вредновање неке физичке теорије. Не желећи да се упуштамо у дискусију и изјашњавамо о овом врло интересантном и коначно важном питању, навешћемо неколико цитата из Ајнштајнових радова и интервјуа који говоре о његовом ставу.

традиционалан: зетове прихватамо, често и волимо али им меремо све и свашта.

Он каже, рецимо: “Одговор на питање, зашто сам баш ја открио теорију релативности, изгледа лежи у следећој околности. Нормалан одрастао човек никада не размишља о проблемима простора и времена: све што о томе треба да се зна, научи се још у раном детињству. Насупрот томе, ја сам се развијао тако споро да сам почео да размишљам о простору и времену кад сам већ био одрастао. И због тога, истражио сам проблем дубље него што би то учинило обично дете.” Ајнштајнов благо шаљив став у ствари и није много различит од другог, озбиљнијег и често цитираног: “Хоћу да знам како је Бог створио овај свет. Не интересује ме овај или онај феномен, спектар овог или оног елемента. Ја хоћу да знам Његове мисли; остало су детаљи.” Додаћемо још два цитата о теоријској физици, из књиге Идеје и ставови из 1954: “Највиши задатак физичара је да дође до универзалних основних закона, из којих се космос може изградити чистом дедукцијом. До тих закона нема логичког пута: само интуиција, заснована на добром осећају и разумевању искуства, може да их досегне.” И: “У истраживању нових теорија теоретичар је приморан, како време пролази све више, да дозволи да га усмере чисто математички и формални аспекти: због тога што експериментално искуство не може да нас доведе до сфере највише апстракције.”

На крају, шта нам је Ајнштајн, осим својих идеја, радова и књига, оставио? У принципу тешко је учити од генија, јер оригиналност и интуиција нису нешто што се преноси. Важан део његовог наслеђа су методе истраживања у теоријској физици које као водећи принцип узимају симетрију, коваријантност и трансформационе особина, и коначно, идентификацију правих физичких величина које описују задати проблем. Неопходност коришћења симетрије је можда још више проистекла из квантне механике, и довела је до фантастичних резултата у разумевању квантне теорије поља и теорије елементарних честица. Може се рећи да су под непосредним утицајем Ајнштајновог приступа настале суперсиметрија, супергравитација и теорија струна. У сваком случају, Ајнштајнове идеје о јединствености традиционално различитих концепата као што су простор и време, или о јединственој еволуцији простора и материје у њему, остављају дубок траг на свакоме ко ове концепте може прецизно да разуме. Ајнштајнов рад потврђује јасно да је наука – простор лепоте и маште. У многим чланцима Ајнштајн као важне елементе истраживања наглашава (“свету”) радозналост, и непоштовање ауторитета, односно постављање питања и критичност. Један од проблема о коме је целог живота размишљао и коме се, на конференцијама и у радовима, стално враћао је пробабилистичка интерпретација квантне механике. Иако ови Ајнштајнови радови нису променили основне поставке квантне механике, они су значајно допринели њеном бољем разумевању и добијању нових резултата као што су Белове неједнакости. Можда је, и зато што је Ајнштајн по својој мери доживљаја природе који у суштини искључује вероватноћу скројио теорију гравитације, гравитација ни данас, 100 година касније, није успешно квантована. Али то је вероватно једна од најбољих ствари коју нам је Ајнштајн оставио: добар физички проблем за решавање.

Маја Бурић



# Кратка историја гравитације

М. Благојевић

Институт за физику, Универзитет у Београду  
Прегревица 118, 11080 Београд, Србија  
Електронска адреса: [mb@ipb.ac.rs](mailto:mb@ipb.ac.rs)

100 година опште теорије релативности 2015.  
1:7–15

## Кључни појмови

принцип еквиваленције, гравитација, геометрија, локална симетрија

## Резиме

У овом излагању дат је кратак преглед историјског развоја идеја које су довеле до великог напретка у разумевању природе гравитације. У том процесу посебно место заузима Општа теорија релативности, чији настанак (1915/1916) обележава рађање модерне теорије гравитације, као и модерне космологије. Она је довела до преокрета у нашем схватању не само гравитације, већ и њене необичне везе са геометријом. Та веза је добила нови облик у принципу локалне симетрије, који је имао доминантну улогу у формулацији динамике основних физичких интеракција у другој половини двадесетог века. Она и даље живи у покушајима да се пронађе складно јединство гравитације и осталих основних физичких интеракција (електрослабе и јаке).

Доћи ће време када ће помна истраживања, спровођена током дугих раздобља, изнети на светлост дана ствари које сада леже скривене...  
Доћи ће време када ће наши потомци бити запањени чињеницом да ми нисмо знали ствари које су њима саме по себи јасне.

Сенека, *Naturales quaestiones*

## 1. Корени гравитације

У европској цивилизацији, први покушаји да се тајнама природе приђе рационално јављају се пре око две и по хиљаде година, на просторима старе Грчке. Многа од тих разматрања налазимо код Аристотела (4. век п.н.е.), мислиоца који је имао пресудан утицај не само на своју епоху већ и на развој читаве западне цивилизације. Историјски развој појма кретања и њихов утицај на разумевање гравитације као узрока кретања, лепо се може илустровати на овом, наизглед веома једноставном питању:

- Да ли тежа тела падају брже него лакша?

У античко доба, одговор на ово питање био је очигледан. Нико није сумњао у Аристотелове филозофске аргументе, из којих је природно следило да тежа тела падају брже. У току многих векова, мишљење великог филозофа остало је да важи као нека вечна истина.

**Галилеј.** Суштински преокрет у схватању физичких појава направио је италијански научник Г. Галилеј (1564–1642). Не верујући много у Аристотелове “доказе”, он је започео систематску анализу и експерименталну проверу закона кретања. Своје учење о кретању Галилеј је систематски изложио у своја два животна дела: *Dialogo* (1632) и *Discorsi* (1638). Његов став по питању брзине слободног падања јасно се види из следећег цитата [*Discorsi*].

Али ја... који сам експеримент извео, могу те уверити да ћу тежине 100 или 200 фунти... неће стићи до тла ни педаљ пре кугле тешке само пола фунте, ако се обе пусте са висине од 200 кубита.

Нема сигурних података о томе да је Галилеј за овај експеримент користио криви торањ у Пизи. Чини се да је то једна од оних легенди које звуче много истинитије од сваког стварног догађаја. Добијени резултат представља суштину Галилејевог принципа еквиваленције (ПЕ).

**Галилејев ПЕ.** Сва тела под утицајем гравитационог поља Земље крећу се на исти начин (добиају исто убрзање), независно од њихових маса.

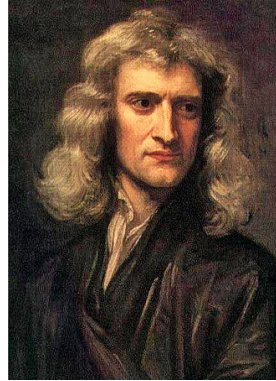
Није лако разумети да су морала проћи толика столећа пре него што је изведен овај једноставан опит, којим је недвосмислено утврђено да је Аристотелово схватање нетачно.

**Њутн.** Исте године када је Галилеј умро, рођен је нови геније, И. Њутн (1642-1726), тачно на време да настави тамо где је Галилеј морао да стане. Док је Галилеј био радознали изданака ренесансе, Њутн је загонетку кретања разјаснио налазећи њену срж у прецизно формулисаним законима механике и гравитације. У том процесу, битну улогу имали су резултати до којих су раније дошли Г. Галилеј, Н. Коперник, Т. Брахе и Ј. Кеплер. Своје учење Њутн је изложио у делу *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687). Оно се заснива на претпоставци да је геометрија тродимензионог простора еуклидска, док је време посебан параметар неопходан за опис кретања. На потребу о промени ове геометријске структуре указао је тек Ајнштајн, у својој (специјалној и општој) теорији релативности.



Слика 1

Г. Галилеј (1564–1642)



Слика 2

И. Њутн (1642–1726)

Мада је Њутнова теорија гравитације у складу са ПЕ, овај принцип није имао битну улогу у њеној изградњи. Неочекивано, после више од два века, А. Ајнштајн (1879–1955) је поставио ПЕ у темеље Опште теорије релативности (ОТР).

## 2. Ајнштајнова теорија гравитације

**Уопштени ПЕ.** Галилејев ПЕ нам каже да сва тела у гравитационом пољу Земље падају са истим убрзањем, независно од својих маса. Три века касније, Ајнштајн анализира ову ситуацију посматрајући воз који, заједно са путницима, мирује на железничкој станици. Када се воз покрене, сви путници добијају исто убрзање у супротном смеру. Другим речима, ефекат убрзаног референтног система на кретање путника је исти као ефекат гравитационог поља. Ајнштај је овај закључак уопштио постулирајући да *не постоји ниједан физички ефекат* по коме би се ове две ситуације могле разликовати.

**Ајнштајнов ПЕ.** Сваки убрзани референтни систем производи ефекте који су (локално) *потпуно* еквивалентни са ефектима неког гравитационог поља.

Овај принцип Ајнштајн је први пут формулисан у раду “О принципу релативности и његовим последицама” (1907). Ту је покушао да разуме да ли се специјална теорија релативности може користити за објашњење закона гравитације. У последњој секцији овог рада, он пише:

До сада смо примењивали принцип релативности, тј. претпоставку да су природни закони независни од стања кретања референтног система, само на неубрзане референтне системе. Можемо ли замислити да принцип релативности важи и за системе који се крећу убрзано један у односу на други?

Пошто није видео ниједан разлог против ове могућности, Ајнштајн наставља:

Ми ћемо стога претпоставити потпуну физичку еквивалентност гравитационог поља и одговарајућег убрзања референтног система. Та претпоставка проширује принцип релативности на случај константно убрзаног кретања референтног система.

Користећи овај уопштени ПЕ, он је извео важне физичке закључке о постојању гравитационог црвеног помака и скретању светлости у гравитационом пољу.

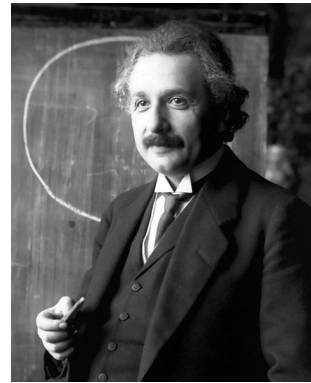
**Геометријска интерпретација.** Ајнштајн је интуитивно схватао да увођење у игру убрзаних референтних система није компатибилно са Еуклидовом геометријом. Временом, постало је јасно да се ефекти убрзања, па према томе и гравитације, могу интерпретирати као ефекти закривљености простор-времена. Тако је закривљено простор-време потпуно преузело улогу гравитационог поља.

У време настанка ОТР, математички опис закривљене геометрије већ је постојао. Године 1854, Б. Риман (1826–1866) је на колоквијуму у Гетингену одржао предавање “О хипотезама које леже у основи геометрије”, за које се сматра је било један од најважнијих догађаја у историји диференцијалне геометрије. У аудиторијуму се налазио и Ф. Гаус (1777–1855); причало се да је био веома импресиониран излагањем свог бившег студента. Риманове идеје представљају уопштење геометрије кривих површи, чије су изучавање започели Гаус, Бољај (1802–1860) и Лобачевски (1792–1856).



Слика 3

Б. Риман (1826–1866)



Слика 4

А. Ајнштајн (1879–1955)

Ајнштајн се упознао са Римановом геометријом кроз сарадњу са математичаром М. Гросманом, колегом из студентских дана, што је без сумње олакшало коначну формулацију ОТР. У њиховом заједничком раду из 1913, јасно се виде елементи Риманове геометрије. Риманов простор је континуум који поседује метрику, а његова закривљеност се карактерише тензором кривине. Развој ових идеја у 20. веку довео је до појаве нових нееуклидских геометрија, као што су Вајлова или Риман–Картанова.

**Ајнштајнове једначине.** У Њутновој теорији гравитациона сила настаје при међусобном деловању тела која имају масу, тј. маса је извор гравитације. Математички опис ове везе дат је Пуасоновом једначином  $\Delta\phi = -4\pi\rho$ , где је  $\Delta$  Лапласов оператор,  $\phi$  описује гравитационо поље а  $\rho$  материју. Користећи ПЕ, Ајнштајн је најпре гравитацију описао као Риманову геометрију, а онда је предложио једначину која повезује геометрију и материју:

$$\underbrace{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R}_{\text{геоматрија}} = \underbrace{\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}}_{\text{материја}}.$$



До ових једначина Ајнштајн је дошао крајем 1915. Своје резултате изложио је у месецу новембру, на четири предавања у пруској академији наука у Берлину, док је рад у коме је дата комплетна формулација ОТР објављен 1916. Од јуна 1915. Ајнштајн је имао веома живу дискусију са Д. Хилбертом (1862–1943) о питањима везаним за једначине кретања. Хилберт је и сам почео да ради на тој теми; 20-тог новембра 1915. одржао је предавање у Гетингену, на коме је приказао своје извођење једначина кретања ОТР, дајући пуно признање Ајнштајновим идејама. Ајнштајн је до тих истих једначина дошао нешто касније, 25. новембра у Берлину, али без извођења. Што се тиче временског следа догађаја, Хилбертов рад је публикован раније. Ову ситуације лепо сумирају речи које се приписује Хилберту:

Сваки дечак на улицама Гетингена зна више о четвородимензионој геометрији него Ајнштајн. Ипак...посао је урадио Ајнштајн а не неки математичар.

**Физичке последице ОТР.** Након што је комплетна формулација ОТР завршена, дошао је период у коме је требало анализирати физичке последице теорије и проверити слагање са експерименталним подацима. Овде је дат кратак преглед ових активности.

— Класични тестови ОТР: прецесија перихела Меркура, скретање светлости при проласку поред Сунца, гравитациони црвени помак, временско закашњење радарског сигнала.

— Црне рупе: области простор-времена из које ништа не може да изађе, астрономска посматрања пружају јаке доказе о њиховом постојању.

— Гравитациони таласи: детектовани индиректно мерењем успорења ротације бинарног пулсара (Халс и Тејлор, 1981).

— Космологија: ОТР (1915/16), почетак модерне космологије (Свемир који се шири); стандардни Ламбда-ЦДМ модел: велики прасак + инфлација, Ламбда (тамна енергија), хладна тамна материја.

— ГПС (општи систем за одређивање положаја), користи ОТР за одређивање времена путовања сателитских сигнала.

— Слабе тачке ОТР: постојање сингуларитета, немогућност квантизације, мистериозна природа тамне материје и тамне енергије (95% укупне масе Свемира).

### 3. Локална симетрија

Само три године након настанка ОТР, Х. Вајл (1885–1955) је увео уопштење Риманове геометрије, са намером да конструише јединствену теорију гравитације и електромагнетизма. Тиме је поставио темеље принципу локалне симетрије који је, све до данас, задржао доминантну улогу у процесу тражења јединствене теорије основних физичких интеракција. У својој анализи основа геометрије, Вајл је пошао од фундаменталних особина *Еуклидове геометрије*:

- (а) за сваке две тачке  $(P, Q)$  са координатама  $(x, x + \Delta x)$  дефинисан је квадрат њиховог растојања  $\Delta s^2 = g_{\mu\nu} \Delta x^\mu \Delta x^\nu$ , где је  $g_{\mu\nu}$  метрика простора;
- (б) при паралелном померању тачке  $(P, Q)$  прелазе у нове положаје  $(P', Q')$ , при чему њихово растојање остаје исто,  $(\Delta s')^2 = \Delta s^2$ .

Ако посматрамо две тачке са координатама  $(x, x + \delta x)$  за које је квадрат међусобног растојања  $ds^2 = g_{\mu\nu} \delta x^\mu \delta x^\nu$  бесконачно мали, онда улазимо у домен *Риманове геометрије*; у њој такође важе особине (а) и (б). Вајл је сматрао да геометрија треба да буде дефинисана само својим особинама у *малом*, што значи да је захтев (б) сувишан, јер захтева одређену везу између дужина у различитим областима простора. У тој новој геометрији, бесконачно мале дужине које су задате у различитим тачкама простора потпуно су независне. То значи да је дужина у свакој

тачки дефинисана до на произвољан мултипликативан фактор  $\phi(x)$ , чија вредност зависи само од положаја посматране тачке.

- У Вајловој геометрији, рескалирање дужине фактором  $\phi(x)$  је операција која нема суштински геометријски значај, она представља локалну трансформацију симетрије.

Да би осигурао да локално рескалирање буде операција симетрије, Вајл је морао да уведе ново, компензационо поље  $B(x)$ . Смисао компензационих поља/сила у случају ротације обичног правог штапа илустрован је на слици 5.



Слика 5

Локална ротација постаје симетрија ако се уведу погодне компензационе силе

Инваријантност у односу на локално рескалирање карактерише физички систем у коме нема параметара са димензијом дужине (или масе). Зато се Вајлова теорија може интерпретирати као теорија гравитације у интеракцији са безмасеном материјом. Ослањајући се на ове не-римановске идеје, Вајл је покушао да добије јединствену теорију гравитације и електромагнетизма, које су у то време биле једине познате основне интеракције. Међутим, оваква интерпретација се убрзо показала као погрешна, јер Вајлово компензационо поље  $B(x)$  не интерагује са електричним набојем материје, већ само са дилатационим.

Једанаест година касније, у свом класичном раду из 1929. године, Вајл је успео да оживи и учврсти принцип локалне симетрије изводећи постојање и интеракцију електромагнетног поља из *локалне фазне симетрије* Дираковог поља [група  $U(1)$ ]. Тако је започета ера у физици основних интеракција, у којој је принцип локалне симетрије преузео доминантну улогу.

#### 4. Локална Поенкареова теорија гравитације

Следећи Вајлову идеју локалне симетрије (1929), Јанг и Милс (1954) су применили сличну конструкцију на изоспинску симетрију [група  $SU(2)$ ] физике јаких (нуклеарних) интеракција. Овај резултат имао је пресудан утицај на даљи развој квантне теорије јаких интеракција. За разлику од Вајла, Јанг и Милс су своје идеје развили независно од теорије гравитационог поља. С друге стране, Учијама (1956) је показао да примена ових идеја на Лоренцову групу  $L(1, 3)$ , у комбинацији са неким додатним претпоставкама, доводи до гравитационе теорије која се поклапа са ОТО. То је била јака индикација да *принцип локалне симетрије лежи у основи свих основних физичких интеракција, укључујући и гравитацију*. Достигнућа Јанга, Милса и Учијама подигла су Вајлову идеју локалне симетрије на виши ниво, отварајући нову перспективу за разумевање гравитације као локално-инваријантне теорије; ту перспективу остварили су Т. Кибл (1932, –) и Д. Шама (1926–1999) у раним 1960-тим.

**Локализација Поенкареове симетрије.** Мада се чинило да је Учијама извео ОТО, анализа његовог рада коју је дао Кибл (1961) јасно открива *непотпуност* овог извођења. Да би превазишао овај проблем, Кибл је свој рад засновао на разматрању локализације Поенкареове групе, која се састоји од Лоренцових трансформација  $L(1, 3)$  и транслација  $T(4)$ . Одговарајућа

локална симетрије захтева увођење две врсте компензационих поља, Лоренцовог  $A_L$  и транслационог  $A_T$ . С друге стране, Учијама није извео транслационо поље  $A_T$ , већ је његово постојање унапред претпоставио. Киблов поступак довео је до тзв. локалне Поенкареове теорије гравитације (ЛПТ), у којој простор-време има структуру добро познате Риман–Картанове геометрије. У чему се ЛПТ разликује од ОТР?

- у физици, извор гравитације је не само маса, већ и *спин* материје;
- у геометрији, простор-време поседује не само кривину, већ и *торзију*.



Слика 6

Т. Кибл (1932, –)



Слика 7

Д. Шама (1926–1999)

**Риман–Картанова геометрија.** Риманов простор се карактерише постојањем

- (i) метрике, која одређује бесконачно мало растојање између тачака, и
- (ii) Кристофелове конексије, која дефинише правило паралелног преноса, и задата је као позната функције метрике.

Риманова геометрија је погодна у контексту ОТР, где је извор гравитације класична материја без спина. Идеје о томе да је конексија независна од метрике појавиле су се веома брзо после настанка ОТР. Већ се у Вајловој теорији гравитације (1918) појављује конексија која, због постојања локалног стандарда дужине  $\phi$ , има део који не зависи од метрике. Но, Вајлова конструкција није била довољно реалистична. Убрзо затим, француски математичар Е. Картан (1869–1951), истражујући случај спинске материје као извора гравитације, дошао је до нове геометрије (1922), која данас носи назив Риман–Картанова геометрија. И овде конексија није потпуно одређена метриком, она има додатни члан који се назива торзија, а геометрија простор-времена описује се не само кривином, него и торзијом.

**Да ли торзија постоји?** У ОТР, једначине кретања материје одређују кретање пробне честице у датом гравитационом пољу. Године 1960, Л. Шиф са универзитета у Станфорду је показао, користећи ОТР, да ће обртна оса жироскопа у орбити око Земље трпети прецесију. Идеја је касније и остварена у сателитским експериментима Gravity Probe A (1976) и Gravity Probe B (2004). Добијени резултати су потврдили предвиђања ОТР. Станфордски жироскоп је направљен као кварцна кугла полупречника  $r = 1$  cm, која ротира са моментом импулса  $L = 4.6$  g cm<sup>2</sup>/sec. Разматрајући могућност да се на сличан начин измере и ефекти торзије, Јаскин и СTEGER (1980) су дошли до следећих закључака:

- торзија се једино може детектовати користећи пробно тело са спином (поларизацијом);
- да би поларизација била довољно велика ( $\sim L$ ), маса тела треба да буде око 850 тона!

Овај захтев је далеко изнад могућности које пружа данашња технологија.

**Торзија и тамна енергија.** Пошто је утицај торзије на кретање пробних тела у Сунчевом систему веома тешко детектовати, природно је размотрити неке појаве у космологији, где се појављују много јача гравитациона поља. Пратећи ту идеју, Ши, Нестер и Јо (2008) су испитали могућност да се ефекат убрзаног ширења Свемира, откривен 1998, објасни као ефекат који потиче од торзије. У ОТР, убрзано ширење се обично интерпретира полазећи од постојања тзв. тамне енергије, фантомског поља чије особине остављају доста простора за спекулације. На основу детаљне аналитичке и нумеричке анализе једначина кретања ЛПТ, Шо и сарадници су показали да постоји скаларни мод торзије ( $J^P = 0^+$ ) који не интерагује ни са једним познатим типом материје, а који је у стању да произведе пригушено ширење Свемира са осцилацијама. Мада се ширење у средњем успорава, погодан избор параметара и почетних услова даје објашњење убрзаног ширења Свемира у садашњем периоду. Овај резултат даје снажну подршку теорији гравитације са торзијом.

## Уместо закључка

Природа не открива своје тајне одједном и свима  
Сенека, *Naturales quaestiones*

## ДОДАТНА ЛИТЕРАТУРА

1. B. Hoffmann, *Relativity and its roots* (Freeman, New York, 1983).
2. A. Einstein, Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen, *Jarb. der Radioaktivität u. Elektronik*, **4** (1907) 411–462;  
A. Einstein, Erklärung der Perihelbewegung der Merkur aus der Relativitätstheorie, *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss.* **47**, 2 (1915) 831–839;  
A. Einstein, Die grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Ann. Phys.* **49** (1916) 769–822;  
I. Todorov, Einstein and Hilbert: the creation of general relativity, *arXiv:physics/0504179*;  
B. Riemann, On the Hypotheses which lie at the Bases of Geometry, translated from German by William Kingdon Clifford in *Nature* (1873),  
<http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Riemann/Geom/WKCGeom.html>
3. H. Weyl, *Space-Time-Matter* (Dover Publications, New York, 1952), translated from the 4th edition (1922) of *Raum-Zeit-Materie* (1918) by H. L. Brose;  
H. Weyl, Elektron und Gravitation I, *Zeitschrift f. Physik*, **56** (1929) 330–352;  
L. O’Raifeartaigh, *The Dawning of Gauge Theory* (Princeton Univ. Press, Princeton, 1997).
4. T. Kibble, Lorentz invariance and the gravitational field, *J. Math. Phys.* **2** (1961) 212–221;  
D. W. Sciama, On the analogy between charge and spin in general relativity, in: *Recent Developments in General Relativity*, Festschrift for Infeld (Pergamon Press, Oxford, 1962) 415–439;  
E. Cartan, On a generalization of the notion of Riemann curvature and spaces with torsion (in French), *Comptes Rendus Acad. Sci. (Paris)* **174** (1922) 593–595;  
K.-F. Shie, J. M. Nester, and H.-J. Yo, Torsion cosmology and the accelerating universe, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 023522;  
M. Blagojević and F. W. Hehl (eds.), *Gauge Theories of Gravitation, A Reader with Commentaries* (Imperial College Press, London, 2013).



## Траг времена на Ајнштајновој једначини

Превела: Љубица Давидовић

Ништа боље не показује шта је идеја и шта она данас значи, од битака и промена које је претрпела на путу ка садашњем облику. За потпуну историју опште релативности била би потребна читава књига. Нека овде неколико кључних цитата из великих радова само наговести шта би све права историја могла да обухвати.

**Ајнштајн (1908):** „Ми... ћемо дакле убудуће претпостављати потпуну физичку еквивалентност гравитационог поља и одговарајућег убрзања система референције... часовник у тачки  $P$  за посматрача, било где да се он у простору налази, тече  $(1 + \Phi/c^2)$  пута брже него часовник у координатном почетку... следи да су светлосни зраци искривљени гравитационим пољем... количина енергије  $E$  има масу  $E/c^2$ .”

**Ајнштајн и Гросман (1913):** „Теорија која је овде описана потиче из убеђења да је пропорционалност између инерцијалне и гравитационе масе тела строг закон природе који мора бити изражен у виду принципа који чини темељ теоријске физике... Посматрач затворен у лифту нема могућности да утврди да ли лифт мирује у статичком гравитационом пољу или се налази у простору без гравитације и креће се убрзано под утицајем сила које делују на лифт (принцип еквиваленције)... У распаду радијума, на пример, смањење (маса) је  $1/10000$  укупне масе. Да те промене инерцијалне масе нису одговарале променама гравитационе масе, тада би се појавила одступања инерцијалних маса од гравитационих маса, која су знатно већа него што то Етвешови експерименти дозвољавају. Зато се мора размотрити, као веома вероватно да је једнакост гравитационе и инерцијалне масе егзактна.”

„Уопштење ће се сигурно тражити у облику

$$\Gamma_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu},$$

где је  $\kappa$  константно и  $\Gamma_{\mu\nu}$  је контраваријантни тензор другог реда који потиче од фундаменталног тензора  $g_{\mu\nu}$  вршењем диференцијалних операција... доказана је немогућност налажења диференцијалног израза за  $\Gamma_{\mu\nu}$  који је уопштење [Поасоновог]  $\Delta\Phi$ , и који је тензор у односу на произвољне трансформације. ...Чини се да је најприродније захтевати да систем једначина буде коваријантан за произвољну трансформацију. Овај захтев је у противречности са резултатом да једначине гравитационог поља не поседују ту особину.”

**Ајнштајн и Гросман (1914):** „У поступку из 1913. године... нисмо могли да покажемо општу коваријантност гравитационих једначина.”

**Ајнштајн (1915):** „Последњих година трудио сам се да заснујем општу теорију релативности на претпоставци о релативности чак и неуниформних кретања. Веровао сам у ствари да сам пронашао једини закон гравитације који одговара разумно уобличеном постулату опште релативности и настојао сам да успоставим неопходност управо овог решења у раду који је прошле године објављен у овим Извештајима.”

„Обновљена анализа показала ми је да неопходност уопште није доказана у приступу који је тамо усвојен, мада је тако изгледало; и да је тамошњи доказ почивао на грешки.”

„Из тих разлога, изгубио сам сваку веру у једначине за поља које сам тамо успоставио и тражио сам приступ који би ограничио могућности на природан начин. На овај начин, ја сам се вратио на захтев опште коваријантности једначина поља, од кога сам се удаљио пре три године, док сам радио са својим пријатељем Гросманом, тешког срца. У ствари, у то време смо ми већ дошли веома близу решења које је дато оним што следи.

„У сагласности са оним што је речено, природно је постулирати једначине поља за гравитацију облика

$$R_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu},$$

пошто ми већ знамо да су ове једначине коваријантне за произвољну трансформацију детерминанте 1. У ствари, ове једначине задовољавају све услове које морамо да им наметнемо.

„Горње једначине у првој апроксимацији дају

$$\frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} = 0.$$

Овим условом координатни систем и даље није одређен, јер су за то потребне четири једначине.” (предавање од 4. новембра 1915. објављено 11. новембра)

„У недавно објављеном истраживању, показао сам како теорија гравитационог поља може бити заснована на Римановој коваријантној теорији вишедимензионалних многострукости. Овде ће сада бити доказано да увођењем заиста смеле додатне хипотезе о структури материје, може бити постигнута још ужа логичка структура теорије. ...може веома лако бити могуће да у материји на коју се дати израз односи, гравитациона поља играју суштинску улогу. Тада може изгледати да је  $T^\mu_\mu$  позитивно на целој структури, иако је у реалности само  $T^\mu_\mu + t^\mu_\mu$  позитивно док је  $T^\mu_\mu$  нула. У наставку претпостављамо да је у ствари услов  $T^\mu_\mu = 0$  задовољен скоро увек. Ко год од почетка не одбаци хипотезу да молекуларна гравитациона поља [на малим растојањима] чине суштински део материје, у ономе што следи ће видети јаке тврдње које поткрепљују ово гледиште.

„Наша хипотеза омогућава... да се дају једначине гравитационог поља у општем коваријантном облику

$$G_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu},$$

[где је  $G_{\mu\nu}$  Ричијев тензор].” (Седница од 11. новембра, публикувано 18. новембра)

„Показао сам да нема принципијелних примедби које би могле стати на пут тој хипотези [једначинама поља] којом се простор и време лишавају и последњег трага објективне реалности. У овоме раду нашао сам једну значајну потврду те најрадикалније теорије релативности, испоставља се да она и квалитативно и квантитативно објашњава секуларну прецесију Меркурове орбите у правцу орбиталног кретања, коју је открио Леверьер, и која износи око 45 лучне секунде по веку, без позивања на иједну посебну хипотезу.

„Недавно сам открио да се може наставити без хипотезе о тензору енергије материје када се уведе тензор енергије материје на другачији начин него што је то урађено у моја претходна два саопштења. Једначине поља за кретање Меркуровог перихела су непромењене овом модификацијом

„Узмимо да је

$$G_{im} = -\kappa(T_{im} - \frac{1}{2}g_{im}T)$$

[где је  $G_{im}$  Ричијев тензор].”... ове једначине не садрже ниједан нови услов, тако да се не мора увести ниједна нова претпоставка о тензору енергије материје осим задовољавања закона одржања енергије - импулса. (седница од 25. новембра, публикувано 2. децембра)

„Овим кораком, општа теорија релативности је коначно комплетирана као логичка структура. Постулат релативности који у свом најопштијем облику координате простор-времена претвара у физички безначајне параметре, скоро природно води потпуно одређеној теорији гравитације која објашњава перихелно кретање Меркура. Насупрот овоме, постулат опште теорије релативности не може да нам расветли ништа о природи других процеса у природи, ништа што специјална теорија већ није објаснила.

Моје мишљење о овоме, које сам недавно изразио у овим извештајима је било погрешно. Свака физичка теорија која је у складу са специјалном теоријом релативности може бити укључена у систем опште теорије помоћу апсолутног диференцијалног рачуна, при чему она [општа релативност] не пружа никакве услове за прихватљивост дате теорије.”

**Хилберт(1915):** „Аксиома I: Закон по коме се одвијају физички догађаји је одређен светском функцијом  $L$ , која зависи од следећих променљивих:

$$g_{\mu\nu}, \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha}, \frac{\partial^2 g_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha \partial x^\beta},$$

$$A_\sigma, \frac{\partial A_\sigma}{\partial x^\tau},$$

и конкретно варијација интеграла

$$\int L(-g)^{1/2} d^4x$$

је нула за промену било ког од 14 потенцијала  $g_{\sigma\nu}$ ,  $A_\sigma$ .

„Аксиома II (аксиома опште релативности). Светска функција  $L$  је инваријантна на произвољну трансформацију светских параметара [координата]  $x^\alpha$  ...

„За светску функцију  $L$ , неопходне су додатне аксиоме да би она била једнозначна. Ако је потребно да гравитационе једначине садрже само изводе другог реда потенцијала  $g^{\sigma\nu}$ , тада  $L$  мора имати облик

$$L = R + L_{elec},$$

где је  $R$  инваријанта дефинисана преко Римановог тензора (кривине четвородимензионе многострукости).” (Предавање од 20. новембра, 1915.)

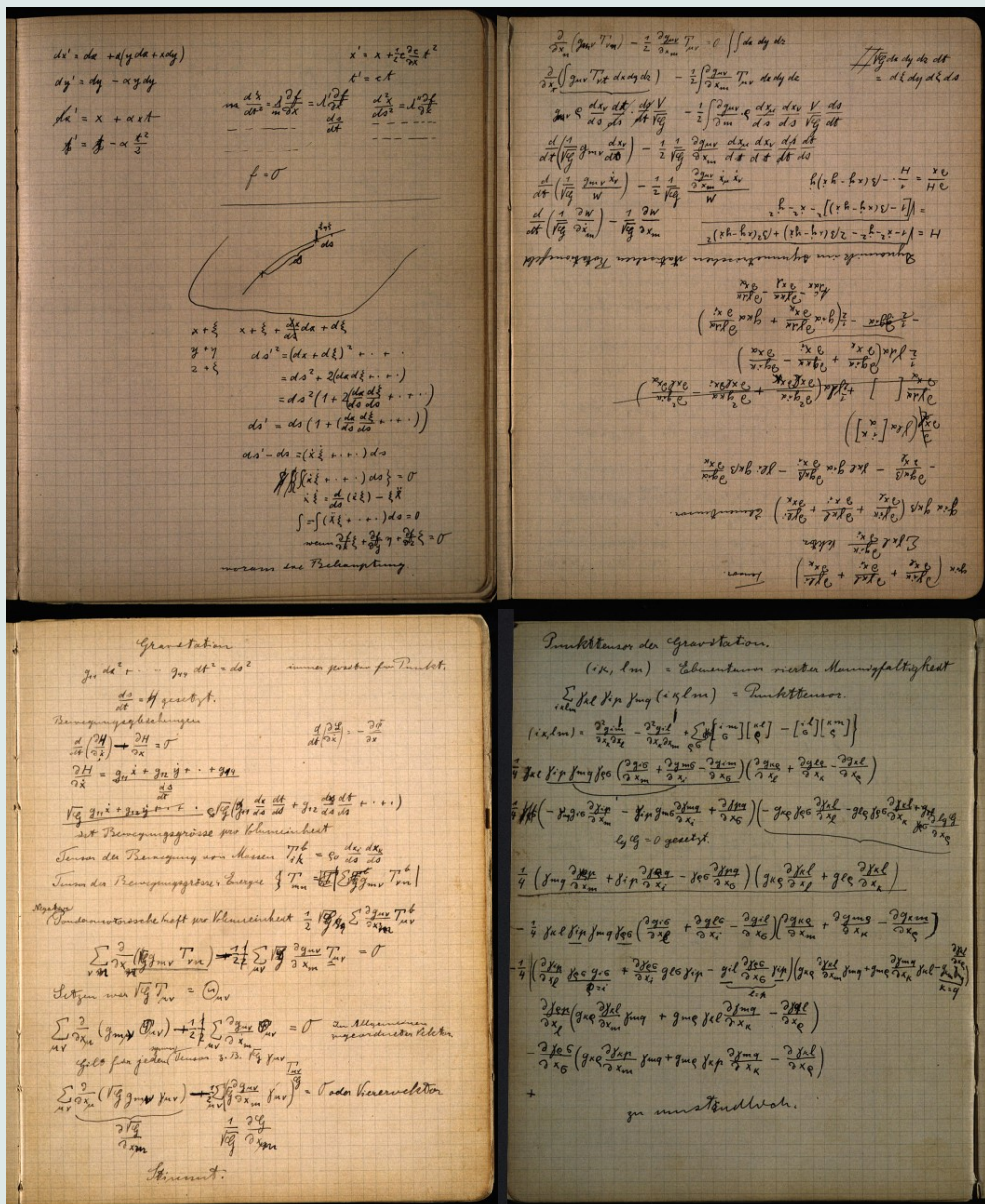
**Ајнштајн (1916):** „Недавно су Х. А. Лоренц и Д. Хилберт успели да општој теорији релативности дају посебно транспарентан облик, извођењем њених једначина кретања из једног варијационог принципа. Исто ће бити урађено и у следећем поступку. Намера ми је да представим основне релације што је могуће транспарентније и на што општији начин колико год то општа релативност дозвољава.”

„Одавде пре свега следи да се гравитациона поља простиру брзином светлости... таласи преносе енергију... Тако се добија ... зрачење система по јединици времена.

$$\frac{G}{24\pi} \sum_{\alpha,\beta} \left( \frac{\partial^3 J_{\alpha\beta}}{\partial t^3} \right)."$$

**Хилберт(1917):** „Што се тиче принципа каузалности, физичке величине и брзине њихових промена могу се знати у садашњем тренутку у било ком координатном систему; предикција ће тада имати физички смисао само када је инваријантна на све трансформације за које управо координате искоришћене за садашњи тренутак остају непромењене. Ја тврдим да су предикције овог типа за будућност јединствено одређене; тј. да важи принцип каузалности исказан на следећи начин: „Из у садашњости познатих 14 физичких потенцијала  $g_{\mu\nu}$ ,  $A_\sigma$  следе обавезно и јединствено све предикције о истим величинама у будућности, док год оне имају физичко значење.”

# Ајнштајнови рукописи из времена откривања Опште теорије релативности:





# Општа теорија релативности: увод, преглед, перспективе

Бранислав Цветковић

Универзитет у Београду  
Институт за физику  
мејл: CBRANISLAV@IPB.AC.RS

100 година опште теорије релативности 2015.  
2:19–30

## Кључни појмови

принцип еквиваленције, Њутнов закон гравитације, општа теорија релативности

## Резиме

Централна тема овог рада је Ајнштајнова општа теорија релативности (ОТР). Дат је историјски преглед питања везаних за динамику гравитације на које је успешан одговор дала Њутнова теорија, сажет математички приказ основних поставки ОТР, дискутоване су неке последице Ајнштајнове теорије, као и проблеми са којима се она суочава.

## 1. Увод

Специјална и општа теорија релативности (СТР и ОТР) представљају велику револуцију у разумевању структуре простора и времена, као и њихове улоге у формулисању закона физике. СТР описује утицај физичке реалности на општа својства и везу између простора и времена, а геометрија простор-времена у ОТР је повезана са природом гравитационе интеракције.

СТР и ОТР су током првог века од свог појављивања доживеле низ оспоравања, које су махом засноване на псеудонаучним аргументима, неразумевању апстрактног математичког приступа или су нажалост идеолошки обојене. Због тога ћемо се на почетку задржати на историјском заснивању два важна принципа, која су од значаја за разумевање ОТР: *принципу релативности* и *принципу еквиваленције*.

У античкој Грчкој кретање тела се посматрало са филозофске тачке гледишта. Аристотел у свом делу „Динамика“ (IV век пре нове ере) између осталих законитости кретања наводи и следећа тврдјења:

- Брзина слободног пада зависи од тежине тела; тежа тела падају брже.
- Земља је непокретна и налази се у центру космоса.

Прво од поменута два тврдјења нико није оспоравао вековима, док је друго наилазило на опречна мишљења још у античко време (Аристарх, Птоломеј).

Модерна физика настаје као антитеза Аристоловог учења. Савремена астрономија заснована је тек у XVI веку радовима Коперника, Брахеа и Кеплера, који је формулисао три емпиријска закона кретања планета. У свом покушају да објасни законе кретања планета Кеплер је погрешно тврдио да је сила којом интерагују Сунце и планете магнетне природе. Потрага за одговором зашто се планете крећући се око Сунца померају Кеплеровим законима довела је Њутна (1643-1727) до открића универзалног закона гравитације.

Фундаментална промена приступа физичким феноменима наступила је пре Њутна појавом радова италијанског научника Галилеа Галиеја (1564-1642). Галилеј је први почео са систематском анализом и *експерименталном провером*<sup>1</sup> закона кретања. Пажљивим мерењем просторних растојања и временских интервала током кретања тела по стрмој равни он је дошао до релације  $s \sim t^2$ . Занимљиво је да је Галилеј осим скромне апаратуре која му је била на располагању употребио и свој готово савршени слух да дође до првог нелинеарог закона који се појавио у физици и науци уопште. Који су били Галилеови одговори на питања слободног пада и кретања Земље?

Проучавајући проблеме слободног пада Галилео је открио да сва тела падају истим убрзањем без обзира на масу и састав. Њутн је користећи Галилејеве резултате на основу свог II закона могао да изведе закључак да је интензитет гравитационе силе која делује на неко тело пропорционалан маси тог тела. На основу закона акције и реакције такође следи да је интензитет гравитационе силе такође пропорционалан маси извора.

Њутн је био свестан да ови закључци могу бити само приближно тачни и да *инерцијална маса*<sup>2</sup>, коју ћемо обележити са  $m_i$ , и која се појављује у II Њутновом закону не мора бити једнака *гравитационој маси*, коју ћемо обележити са  $m_g$ , и која представља набој за гравитациону

---

<sup>1</sup>Прво икада забележено мерење у физици извео је Клаудије Птоломеј у II веку нове ере. Он је на основу својих мерења формулисао закон преламања светлости према коме је упадни угао под којим светлост пада на нормалу на површину воде пропорционалан преломном углу. Птоломејев закон преламања светлости је тачан само за мале упадне углове, док у општем случају важи Снелов закон.

<sup>2</sup>Присетимо се да је по дефиницији маса мера за инертност (трост) тела.

интеракцију. Уколико би то био случај II Њутнов закон би гласио:

$$\vec{F} = m_i \vec{a}, \quad (1.1)$$

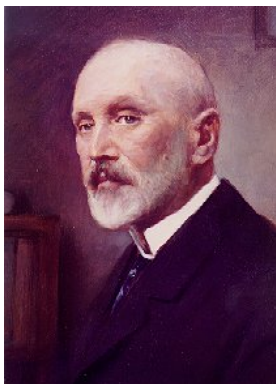
док би закон гравитације, на пример за кретање тела у близини Земљине површине, био задат формулом:

$$\vec{F} = m_g \vec{g}, \quad (1.2)$$

где је  $\vec{g}$  гравитационо поље. Убрзање тела у датој тачки простора би било дато изразом:

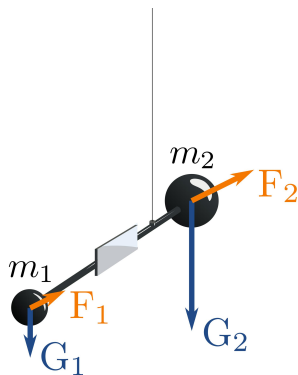
$$\vec{a} = \frac{m_g}{m_i} \vec{g}, \quad (1.3)$$

и било би различито за тела код којих је однос  $m_g/m_i$  различит. Периоди осциловања математичких клатана исте дужине би били пропорционални са  $\sqrt{m_g/m_i}$ . Њутн је мерио периоде осциловања клатана исте дужине, али различите масе и састава. Резултат који је добио је да су периоди осциловања једнаки за сва клатна, што наводи на закључак да су инерцијална и гравитациона маса међусобно једнаке. Крајем XIX века мађарски физичар барон Лоран Етвеш од Вашарошнамења извео је веома занимљив експеримент којим је утврдио да је релативна разлика односа инерцијалне и гравитационе масе за дрво и платину мања од  $10^{-9}$ .



Слика 1

Лоран Етвеш (1848-1919)



Слика 2

Шема Етвешовог огледа

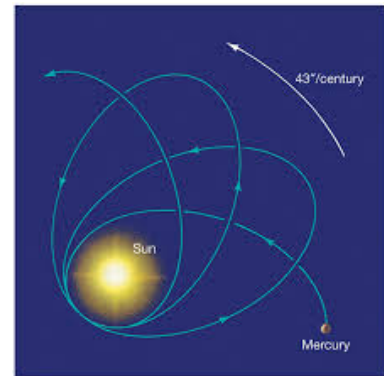
Алберт Ајнштајн (1879-1955) је био импресиониран експерименталним резултатом о једнакости гравитационе и инерцијалне масе, који му је послужио као путоказ ка *принципу еквиваленције*.

Вратимо се сада Њутновом универзалном закону гравитације у коме се наводи да интензитет гравитационе силе опада са квадратом растојања. Њутн је до овог закључка дошао још 1665. године упоређујући центрипетално убрзање Месеца и убрзање слободног пада у близини Земљине површине. Овај резултат Њутн није објавио читавих двадесет година, због тога што није био сигуран да се гравитационо поље у близини Земљине површине може рачунати као да је читав маса Земље сконцентрисана у њеном центру. У међувремену неколико чланова Краљевског друштва укључујући Едмунда Халеја, Кристофера Врена и Роберта Хука, дошли су до закључка да у случају када су путање планете обрнуто пропорционалан квадрату растојања између Сунца и планете. Међутим, путање планета су елипсе, а не кругови. Уз Халејеву помоћ

Њутн је успео да 1684. године докаже да за кретање планета које се крећу под утицајем силе, чији је интензитет обрнуто пропорционалан квадрату растојања важе *сва три* Кеплерова закона. Њутн је тако окончао процес тзв. прве унификације у физици, ујединио је небеску и земаљску механику.

У наредним вековима Њутнов универзални закон гравитације довео је до брилијантних слагања података астрономских посматрања и теоријских предвиђања за кретање небеских тела. Неправилности које су уочене у кретању Урана довеле су средином XIX века до предвиђања да се у Сунчевом систему мора налазити још једна планета. Откриће Нептуна које је потом уследило представљало је вероватно највећи дотадашњи тријумф Њутнове теорије.

У исто време француски астроном л'Верје је уочио да је прецесија перихела Меркура за 35 лучних секунди по stoleћу бржа него што се очекује на основу Њутнове теорије. Неколико деценија касније Сајмон Њукомб је коригова Веријеов резултат за прецесију Меркуровог перихела на 43 лучне секунде по stoleћу. Верије је претпоставио да је добијено неслагање (као и у случају Нептуна) последица постојања још неоткривених планета које се налазе још ближе Сунцу од Меркура. Научници су били толико сигурни у постојање нове планете да су јој смислили и име - Вулкан. Ипак, Вулкан никад није откривен. Њукомб је изнео претпоставку да објашњење за овај феномен лежи у присуству материје која је узрок појаве слабе „зодијачке светлости” у равни еклиптике. Међутим, количина поменуте материје би морала да буде много већа да би се добило слагање са подацима за прецесију перихела Меркура и Венере, па је Њукомб пред крај XIX века изнео хипотезу да гравитационо поље које потиче од Сунца не опада егзактно са квадратом растојања.



Слика 3

Прецесија перихела Меркура

Прецесија перихела Меркура биће прва експериментална потврда исправности Ајнштајнове Опште теорије релативности.

## 2. Општа теорија релативности

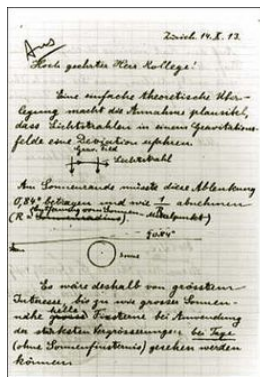
Ајнштајнова Специјална теорија релативности је објединила готово сва дотадашња знања из физике и предвидела многе резултате који су касније верификовани са много већом тачношћу него што је то био случај код класичних мерења. Једначине СТР се, на пример, са успехом користе за описивање кретања честица у акцелераторима. Као и свака теорија и СТР има свој домен важења. Први проблеми јавили су се са покушајима да се у оквиру релативистичке теорије реформулише Њутнов закон гравитације.

Један од кључних корака ка том циљу Ајнштајн је учинио 1907. године када је формулисао *принцип еквиваленције*, који почива на поменутим експерименталним резултатима о једнакости гравитационе и инерцијалне масе. Као последица ове чињенице статичко, хомогено гравитационо поље се не може детектовати у лифту који слободно пада, тј. инерцијалне силе *поништавају* гравитационо поље у слободно падајућим системима референце.



Слика 4

Алберт Ајнштајн (1879-1955)



Слика 5

Ајнштајнове белешке – скретање светлости у гравитационом пољу

Ајнштајн је искористио принцип еквиваленције да квантитативно објасни појаву гравитационог црвеног помака (појава смањења фреквенције, тј. повећања таласне дужине светлости у гравитационом пољу). Принцип еквиваленције у себи садржи једно озбиљно ограничење. Наиме, једначине којима се описује гравитационо поље нису одређене принципом еквиваленције, тј. овај принцип само описује утицај гравитације на произвољан физички систем. Ајнштајн је 1911. покушао да израчуна угао скретања светлости у гравитационом пољу Сунца. Касније ће се испоставити да ОТП предвиђа дупло већи резултат од оног који је добијен само на основу принципа еквиваленције. Након низа неуспешних покушаја да конструише релативистичке једначине за скаларно гравитационо поље, Ајнштајн је 1913. године у сарадњи са математичаром Марселом Гросманом усвојио становиште да се гравитационо поље може идентификовати са десет компоненти метричког тензора у Римановом простор-времени. Наиме, испоставља се да је простор-време СТР<sup>3</sup> арена за све физичке појаве изузев гравитације. Нееуклидске геометрије које су математичари почели са изучавају још у XVIII веку, нашле су своју примену у физици на почетку XX века.

У наредним секцијама биће изложени неки основни резултати ОТП, који захтевају увођење извесних сложенијих математичких концепата.

**Риманови простори и величине у Римановим просторима.** Риманови простори су у општем случају  $n$ –димензиони простори са координатама  $(x^1, x^2, \dots, x^n)$  у којима је растојање између двеју блиских тачака  $(x^1, x^2, \dots, x^n)$  и  $(x^1 + dx^1, x^2 + dx^2, \dots, x^n + dx^n)$  дато изразом:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x^1, x^2, \dots, x^n) dx^\mu dx^\nu, \quad (2.1)$$

<sup>3</sup>Четвородимензионо простор-време СТР носи назив простор Минковског.

где је  $g_{\mu\nu}$  метрички тензор<sup>4</sup>. Растојање између тачака се не мења при координатним трансформацијама типа:

$$x'^{\mu} = x'^{\mu}(x^1, x^2, \dots, x^n), \quad \mu = 1, 2, \dots, n. \quad (2.2)$$

У Римановим просторима се посматрају скупови функција координата, тзв. општи тензори који имају одређена трансформациона својства при координатним трансформацијама (2.2). За функцију  $\varphi(x^1, x^2, \dots, x^n)$  која остаје непромењена при трансформацијама (2.2) каже се да је скалар, тензор нултог ранга или инваријанта:

$$\varphi'(x'^1, x'^2, \dots, x'^n) = \varphi(x^1, x^2, \dots, x^n). \quad (2.3)$$

Таква је управо величина  $ds^2$ .

У  $n$ -димензионом Римановом простору вектор је одређен са  $n$  компоненти. Скуп функција  $(A^1, A^2, \dots, A^n)$  који се при трансформацијама (2.2) трансформише на следећи начин:

$$A'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}} A^{\nu}, \quad (2.4)$$

назива се *контраваријантни вектор*, или контраваријантни тензор првог ранга. С друге стране вектор у Римановом простору може бити задат као скуп функција  $(A_1, A_2, \dots, A_n)$  за које је трансформационо правило:

$$A'_{\mu} = \frac{\partial x^{\nu}}{\partial x'^{\mu}} A_{\nu}. \quad (2.5)$$

Таква величина се назива *коваријантни вектор*, или коваријантни тензор првог ранга.

Аналогно могу се дефинисати и тензори вишег ранга. На пример, двапут контраваријантни<sup>5</sup> тензор се трансформише на следећи начин:

$$A'^{\mu\nu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\rho}} \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\sigma}} A^{\rho\sigma}. \quad (2.6)$$

Коњуговани тензор метричком тензору је дефинисан на следећи начин:

$$g_{\mu\rho} g^{\rho\nu} = \delta_{\mu}^{\nu}, \quad (2.7)$$

где је  $\delta_{\mu}^{\nu}$  Кронекеров делта симбол.

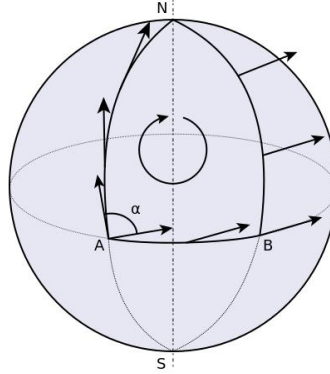
Подизање и спуштање индекса врши се помоћу метричког тензора и коњугованог метричког тензора. На пример:

$$A_{\mu} = g_{\mu\nu} A^{\nu}. \quad (2.8)$$

**Коваријантни извод и кретање честице у гравитационом пољу.** У еуклидском простору (и простору Минковског) изводи вектора  $\partial_{\nu} A_{\mu} := \frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}$  представљају тензор у односу на координатне трансформације. У Римановом простору то није случај. Ово тврђење је последица чињенице да се у бројиоцу извода појављују два вектора који се налазе у различитим тачкама простор-времена.

<sup>4</sup>У претходној формули користи се Ајнштајнова сумациона конвенција, тј. подразумева се сумирање по индексима који се понављају.

<sup>5</sup>Осим двапут контраваријантног тензори другог ранга могу бити двапут коваријантни  $(A_{\mu\nu})$  и мешовити  $(A_{\mu}^{\nu})$ .



Слика 6

Паралелни транспорт вектора по сфери  
дуж затворене трајекторије

Да би се Римановом простору добила величина тензорског типа, неопходно је да два вектора који се одузимају буду у истој тачки простор-времена. Другим речима мора се извршити „транслација” једног вектора у тачку у којој се налази други вектор. Ова операција „транслације” зове се *паралелни пренос*<sup>6</sup>. Обележимо промену вектора при паралелном преносу са  $\delta A^\mu$ . Ова промена линеарно зависи од компоненти вектора и има облик:

$$\delta A^\mu = -\Gamma^\mu_{\nu\rho} A^\nu dx^\rho, \quad (2.9)$$

где су  $\Gamma^\mu_{\nu\rho}$  функције координата које се зову коефицијенти *линеарне конекције*. У Римановим просторима коефицијенти линеарне конекције су симетрични по доња два индекса, тј. важи  $\Gamma^\mu_{\nu\rho} = \Gamma^\mu_{\rho\nu}$ . Тада је разлика два вектора који се налазе у истој тачки:

$$\nabla A^\mu = dA^\mu - \delta A^\mu \equiv \nabla_\nu A^\mu dx^\nu. \quad (2.10)$$

Даље је, ако се искористе релације (2.9) и (2.10):

$$\nabla_\nu A^\mu = \partial_\nu A^\mu + \Gamma^\mu_{\nu\rho} A^\rho. \quad (2.11)$$

Метрички тензор је *коваријантно константан*, тј. важи  $\nabla_\mu g_{\nu\rho} = 0$ .

У СТР једначина кретања слободне честица која се креће по правој линији гласи:

$$\frac{du^\mu}{ds} = 0, \quad u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}. \quad (2.12)$$

У ОТР се претходна једначина може уопштити на тај начин што се обичан извод замени коваријантним:

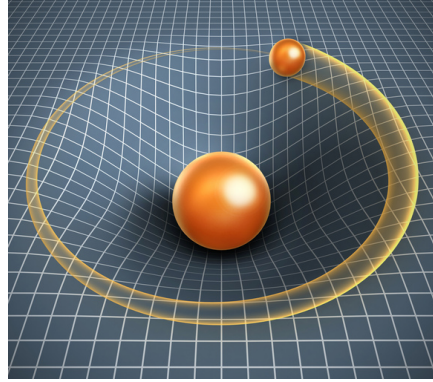
$$\frac{du^\mu}{ds} + \Gamma^\mu_{\nu\rho} u^\nu u^\rho = 0. \quad (2.13)$$

Из једначине (2.13) јасно је да се честица неће кретати по правој, већ по тзв. *геодезијској* линији. Такође следи да величина  $-m\Gamma^\mu_{\nu\rho} u^\nu u^\rho$  има смисао силе која делује на честицу.

**Тензор кривине и Ајнштајнове једначине.** У Римановом простору резултат паралелног преноса зависи од путање по којој се тај паралелни пренос врши. Дакле, уколико вектор

<sup>6</sup>Након паралелног преноса у еуклидском простору компоненте вектора остају непромењене.





Слика 7

Тешко тело деформише простор и „лакша“ тела се крећу по геодезијским линијама

померамо паралелно дуж затворене путање по повратку у почетну тачку нећемо добити вектор од кога смо пошли. Може се показати да за бесконачно малу контуру важи:

$$\Delta A_\mu = \frac{1}{2} R^\rho_{\mu\nu\sigma} A_\rho \Delta f^{\nu\sigma}, \quad (2.14)$$

где је  $f^{\nu\sigma}$  површина обухваћена контуром, а

$$R^\rho_{\mu\nu\sigma} = \partial_\nu \Gamma^\rho_{\mu\sigma} - \partial_\sigma \Gamma^\rho_{\mu\nu} + \Gamma^\rho_{\tau\nu} \Gamma^\tau_{\mu\sigma} - \Gamma^\rho_{\tau\sigma} \Gamma^\tau_{\mu\nu}, \quad (2.15)$$

тензор кривине. Ричијев тензор  $R_{\mu\nu}$  и скаларна кривина  $R$  дати су изразима:

$$R_{\mu\nu} := g^{\rho\sigma} R_{\rho\mu\sigma\nu}, \quad R := g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}. \quad (2.16)$$

Гравитационо поље описано је Ајнштајновим једначинама:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (2.17)$$

где је  $T_{\mu\nu}$  тензор енергије и импулса (величина која зависи од материје),  $G$  гравитациона константа, а  $c$  брзина светлости.

Ајнштајнове једначине имају неколико важних особина. Једна од њих је *нелинеарност*: за гравитациона поља не важи принцип суперпозиције<sup>7</sup>.

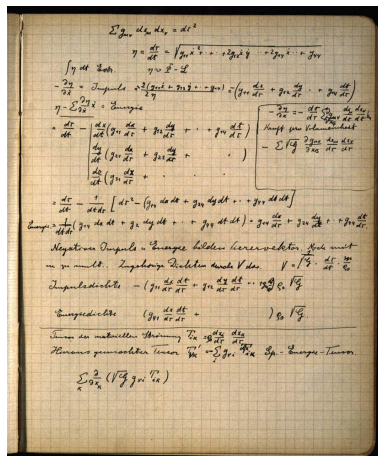
Ајнштајнове једначине у вакууму (делу простор времена у коме нема материје) имају облик  $R_{\mu\nu} = 0$ <sup>8</sup> и могу имати нетривијална решења, као што су на пример гравитациони таласи.

Ајнштајнове једначине у себи садрже и закон одржања енергије и импулса који је дат једначином  $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ . Једначине које описују гравитационо поље у себи садрже и једначине кретања за материју која је извор тог гравитационог поља. Дакле, просторни распоред и кретање извора не могу се задати на произвољни начин.

**Централно симетрично гравитационо поље.** Већ 1916. године Шварцшилд је решио Ајнштајнове једначине у једном специјалном случају. Он је наике посматрао централно-

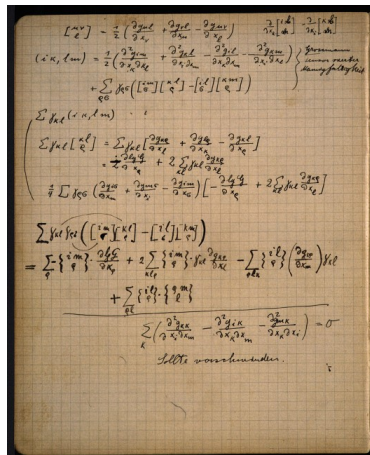
<sup>7</sup>За слаба гравитациона поља принцип суперпозиције важи само приближно.

<sup>8</sup>То не значи да је простор раван. Да би простор био раван тензор кривине мора бити једнак нули:  $R_{\mu\nu\rho\sigma} = 0$ .



Слика 8

Из Ајнштајнових бележака из 1915.



Слика 9

Риманов тензор кривине у Ајнштајновим белешкама

симетрично гравитационо поље у вакууму и добио решење следећег облика:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.18)$$

где је  $r_g = 2Gm/c^2$  гравитациони радијус тела масе  $m$ . За Сунце гравитациони радијус износи 3 km, а за Земљу свега 0,9 cm. Приметимо да и у случају Шварцшилдовога решења, као и у Њутновој теорији, гравитационо поље зависи само од укупне масе тела. Ако се решење (2.18) искористи за испитивање кретања тела у гравитационом пољу могу се добити веома занимљиви резултати. Као и свако кретање у централно-симетричном пољу, оно се одвија у једној равни, одређеној условом  $\theta = \pi/2$ .

ОТР је коначно дала одговор на већ поменуто питање прецесије перихела Меркура. Наиме, може се показати да се током једне револуције планете перихел помери за угао:

$$\delta\phi = \frac{6Gm}{c^2 a (1 - e^2)}, \quad (2.19)$$

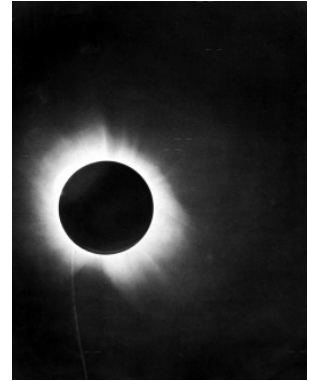
где је  $m$  маса Сунца,  $a$  велика полуоса, а  $e$  ексцентрицитет елиптичне орбите планете. За прецесију перихела Меркура једначина (2.19) даје вредност од 43 лучне секунде по столећу. То је управо резултат до ког је астрономским посматрањима дошао Сајмон Њукомб.

Други занимљив резултат је скретање светлости у гравитационом пољу. Светлосни зрак који пролази на растојању  $\rho$  од центра извора скренуће за угао:

$$\delta\phi = \frac{2r_g}{\rho} = \frac{4Gm}{c^2 \rho}. \quad (2.20)$$

Скретање светлосног зрака који тангира површину Сунца је свега 1,75 лучних секунди. Није се чекало дуго да овај резултат буде потврђен. Током тоталног помрачења Сунца 29. маја 1919, које се догодило баш у тренутку када су Земља и Сунце били поравнати са мноштвом сјајних звезда, две британске експедиције под руководством Кромлина и Едингтона, боравећи

у северном Бразилу и Гвинејском заливу направиле су велики број фотографија сјајних звезда. Упоређивањем ових фотографија са положајем звезда када се Сунце не налази у њиховој близини (на небеској сфери) нађено је да су звезде померене за 1,6 до 1,98 лучних секунди. Овај резултат представљао је прави тријумф ОТР.



Слика 10

Фотографија коју је начинила Едингтонова експедиција 29. маја 1919.

ОТР је отворила нове могућности када је у питању испитивање динамичке структуре космоса као целине.

**Космологија.** Њутнова механика не пружа много могућности за испитивање структуре космоса. Ако бисмо потражили решење за Њутнов гравитациони потенцијал за простор који је испуњен материјом чија густина је различита од нуле у свакој тачки добили бисмо да потенцијал тежи бесконачности у свакој тачки простора. Ово би имало за последицу да на материју делују силе бесконачног интензитета, што је апсурдан резултат.

Релативистичка космологија је заснована на: *космолошком принципу*, *Вејловом постулату* и ОТР<sup>9</sup>. Космолошки принцип представља уопштење Коперниковог тврђења да се Земља не налази у центру Сунчевог система. Не очекује се да Земља, Сунчев систем наша галаксија или било која група галаксија заузима посебно место у космосу, тј. космос у сваком тренутку „изгледа” исто из сваке тачке простора. Вејлов постулат односи се на избор референтног система. Најпогоднији референти систем је онај који се у свакој тачки простора креће заједно са материјом која се у тој тачки налази. Једноставније речено референтни систем је баш материја која испуњава простор.

Најједноставнији релативистички космолошки модел се добија када се занемаре све локалне неправилности у простору и времену и пажња сконцентрише на глобална својства космоса. У том случају укупна динамика космоса као целине садржана је у Фридмановој једначини. Решења ове једначине су стандардна решења релативистичке космологије и зову се Фридманови модели. У затвореном Фридмановом моделу (када је кривина простора позитивна) метрика простор-времена је дата изразом:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)] . \quad (2.21)$$

<sup>9</sup>У новије време се све више разматрају модели засновани на уопштењима ОТР.

Уколико желимо да опишемо космос у садашњем тренутку добија се:

$$a \approx \left( \frac{9a_0 c^2}{2} \right)^{1/3} t^{2/3}. \quad (2.22)$$

Основна карактеристика овог решења је његова нестационарност, тј. чињеница да радијус кривине простора зависи од времена. Са порастом кривине тела се удаљавају једна од других. Предвиђање теорије се упоређује са фундаменталном астрономском чињеницом, црвеним помаком спектралних линија. Ако овај помак посматрамо као доплеровски долазимо до закључка да се галаксије удаљавају, тј. да се у овом тренутку космос шири. Брзина којом се галаксија удаљава од посматрача дата је Хабловим законом:

$$v = H\ell, \quad (2.23)$$

где је  $\ell$  растојање извора светлости и посматрача, а  $H$  Хаблова константа. Процењује се да се  $v$  мења за 50 – 75 km/s за сваки мегапарсек растојања.

### 3. Уместо закључка

ОТР је, као што смо видели предвидела одређени број физичких ефеката који су експериментално потврђени. Ипак, одређена својства ОТР заслужују критички осврт.

**Сингуларитети.** У ОТР јављају се сингуларитети, који представљају општа својства како решења која описују локализоване системе попут црних рупа, тако и космолошких модела. Сингуларитет се карактерише бесконачним порастом неких физичких величина у одређеним областима простора и нефизичким својствима геометријских објеката.

Уобичајени космолошки модели предвиђају да је пре одређеног коначног времена у прошлости космос био у сингуларном стању (велики прасак). Годинама се веровало да је ово предвиђање последица упрошћавајућих претпоставки које се користе у оквиру модела. Међутим, касније су доказане теореме из којих следи да је појава поменутог сингуларитета опште својство космолошких решења. Очекује се да се сингуларно понашање може превазићи било модификовањем ОТР или узимањем у обзир квантних ефеката.

Опште теореме о сингуларитетима се такође могу применити на црне рупе, које представљају последњу фазу еволуције тешких звезда. Након коначног сопственог времена сва материја звезде сусреће се у једној тачки, где густина материје и кривина простор-времена постају бесконачне. Док се код космолошког сингуларитета подразумева да постоји тренутак у прошлости, тако да ништа, па ни само време није постојало пре тог тренутка, сингуларитет црне рупе је повезан са будућношћу. За посматрача који пада у црну рупу доћи ће тренутак када ће и само време престати да постоји. У тим екстремним условима, када густина материје постаје огромна и предвиђања ОТР су у супротности са основним концептима класичне физике морају се размотрити квантни ефекти.

**Квантизација.** Током последњих четврт века постигнути су значајни резултати у разумевању фундаменталних интеракција. Вајнберг-Саламов модел је успешно ујединио електромагнетизам и слабе интеракције, док је квантна хромодинамика успешно описала јаке интеракције. ОТР је остала изван овог оквира. Први покушаји да се помире ОТР и квантна теорија јавили су већ око 1930, али још увек није конструисана потпуна, конзистентна теорија гравитације. С једне стране се испоставља да квантна теорија гравитације није ренормализабилна<sup>10</sup>, квантизација

<sup>10</sup>Под ренормализацијом се у квантној теорији поља подразумева скуп метода којима се „третирају”

простор-времена доводи до бројних нерешених проблема као што су нелокалност, каузалност или временска еволуција.

Не можемо бити сигурни да ће велике и важне идеје локалне симетрије, супергравитације, Калуца-Клајн теорије, или теорије струна довести до јединствене квантне теорије фундаменталних интеракција. Ипак успех ових теорија мотивише нас да их даље проучавамо у нади да ћемо се приближити конзистентној формулацији квантне гравитације и њеном уједињењу са осталим интеракцијама.

---

бесконачности које се јављају у израчунатим величинама.

# Експерименталне потврде Опште теорије релативности

Душко Латас

Универзитет у Београду  
Физички факултет  
мејл: LATAS@FF.BG.AC.RS

100 година опште теорије релативности 2015.  
3:31–41

## Кључни појмови

Ајнштајнов принцип еквиваленције, гравитациони експерименти у Сунчевом систему, гравитациони срвени помак, пулсари, црне рупе

## Резиме

Када је пре сто година формулисана општа теорија релативности, њена експериментална потврда је била споредна ствар. У првом плану је била унутрашња конзистентност и логичка усаглашеност из које су следили и опсервабилни ефекти. Општа теорија релативности објаснила је ротацију перихела Меркура и предвидела скретање зрака у гравитационом пољу. Када је Едингтон током помрачења Сунца 1919. године показао да светлост заиста скреће у гравитационом пољу Сунца, најавио је нову еру у разумевању гравитационе интеракције у којем је централно место заузимала општа теорија релативности. Ипак, од тад па све до шездесетих година двадесетог века није се појавио ни један оригиналан експеримент у којем би се проверавала предвиђања опште релативности. Сматрало се да је општа теорија релативности ризница за теоретичаре и ноћна мора за експерименталне физичаре јер ни једна теорија у историји физике није имала тако пуно теоријских предвиђања које је било скоро немогуће проверити. Али, ствари се мењају 1960. године. Тад започиње златно доба експерименталног тестирања опште релативности захваљујући напретку у астрономији, убрзаном освајању свемира и свеукупном развоју технологије. Посматрање великог броја астрофизичких феномена у распону од активних галактичких језгара, преко квазара, пулсара, па до васионе у целини, проверавају Ајнштајнову општу релативност до детаља. Резултати које добијамо подстичу развој теоријских модела који надопуњују теорију релативности у опису гравитационе интеракције.

Нема тог броја експеримената који ће у потпуности потврдити да је теорија исправна, али је довољан један експеримент да покаже да теорија није добра.

Алберт Ајнштајн

ОТР: Општа теорија  
релативности

Општа теорија релативности (ОТР) је један од највећих тријумфа људског ума. Заједно с квантном механиком лежи у основи модерне физике и тренутно представља најдуготечнију теорију, која већ читав век преживљава ригорозна тестирања без оспоравања и контрадикторности.

Дуго времена физичари су учили ОТР дивећи се њеној лепоти и логичкој усклађености. У последњих тридесетак година ОТР постаје алатка неопходна за разумевање различитих астрономских појава [1]. Многобројна посматрања, развој технологије и извођење експеримената на свемирским летелицама покреће нове експерименталне технике у којима се ОТР тестира тачније и са више детаља. На неки начин, ОТР је настала толико испред свог времена да је било потребно пола века да се развију инструменти који ће мерити ефекте ове теорије. Изродивши се као једна интелектуална авантура, ОТР данас чврсто стоји у темељима модерне физике, потврђена у великом броју експеримената.

Однос експеримената и ОТР можемо поделити у четири целине [2]:

- Прва фаза почиње пре открића ОТР и траје до двадесетих година прошлог века. Тад су изведени експерименти који леже у основи ОТР (Етвешов експеримент и Мајкелсон-Морлијев експеримент, који је био пресудан за формирање Специјалне теорије релативности) и уочени ефекти који су пресудно утицали на прихватање ове теорије (ротација перихела Меркура, Едингтонов експеримент и Хаблова посматрања).
- Други период је време хибернације који траје до шездесетих година. У том периоду немамо значајних експеримената који би тестирали ОТР на нов начин. То је време у којем је технологија хватала корак са ОТР.
- Трећа целина се може назвати златним добом тестирања ОТР. Подстакнута је развојем астрономских посматрања и траје двадесетак година, до осамдесетих година двадесетог века.
- Четврти део је фаза у којој се и сад налазимо, карактерише се интензивним експерименталним и теоријским трагањем за ефектима јаке гравитације.

Мада је о првој фази већ било речи у претходним текстовима, овде ћемо се осврнути на неке аспекте експеримената из тог доба, како бисмо упознали технике и резултате савремених мерења, који вуку корене из времена од пре једног века.

## 1. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНЕ ОСНОВЕ

ОТР је метричка теорија гравитације. То значи да се просторно-временска растојања између догађаја  $ds^2$  могу описати метриком  $g_{\mu\nu}(x)$  која зависи од положаја

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu.$$

Овде су  $g_{\mu\nu}(x)$  компоненте  $4 \times 4$  матрице, чије вредности описују геометрију простор-времена, док су  $dx^\mu$  мале промене просторно-временских координата.

Употреба метрике заснива се на коришћењу Ајнштајновог принципа еквиваленције (АПЕ) који каже да се локално (у малим областима простора, за кратко време) деловање гравитације може учинити еквивалентним ефекту убрзања координатног система.

АПЕ: Ајнштајнов  
принцип  
еквиваленције



Претпоставимо да имамо два посматрача: први изводи експерименте у лабораторији на Земљи, док други мери у ракети која је ван гравитационог поља, али се креће убрзањем  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Оба посматрача ће добити исте резултате ако буду извели једнаке експерименте. Слично томе, ако се пусти да слободно пада у гравитационом пољу лифт постаје еквивалентан инерцијалном систему који се налази ван гравитационог поља. Такав лифт називамо локално падајући систем. Уместо да имамо један глобални систем у којем описујемо гравитациону интеракцију, АПЕ нам омогућава да уочимо мноштво локално падајућих система у којима се деловање гравитације елиминише.

АПЕ је изведен из три различите експерименталне чињенице:

- Слаби принцип еквиваленције (СПЕ) је тврђење да су гравитациона и инерцијална маса једнаке, тако да је ово заправо и принцип универзалности слободног пада (сва тела падају на исти начин, без обзира на масу коју имају).
- Локална Лоренцова инваријантност (ЛЛИ) каже да резултат било ког негравитационог експеримента<sup>1</sup> изведеног у локално падајућем систему описује Специјалном теоријом релативности и не зависи од брзине тог система.
- Инваријантност локалног положаја (ИЛП) је захтев да резултат негравитационог експеримента не зависи од тога када и где је он изведен.

---

**СПЕ:** Слаби принцип еквиваленције

**ЛЛИ:** Локална Лоренцова инваријантност

**ИЛП:** Инваријантност локалног положаја

---

СПЕ је први проверавао Галилеј почетком XVII века. У периоду од 1885. до 1908. мађарски физичар Лоранд Етвеш је с великом тачношћу проверавао овај принцип помоћу апаратуре која је описана у претходном раду. Етвешов коефицијент  $\eta$  мери разлику гравитационе  $m_g$  и инерцијалне масе  $m_i$  за различита тела  $A$  и  $B$ :

$$\eta = 2 \frac{\frac{m_i^A}{m_g^A} - \frac{m_i^B}{m_g^B}}{\frac{m_i^A}{m_g^A} + \frac{m_i^B}{m_g^B}}.$$

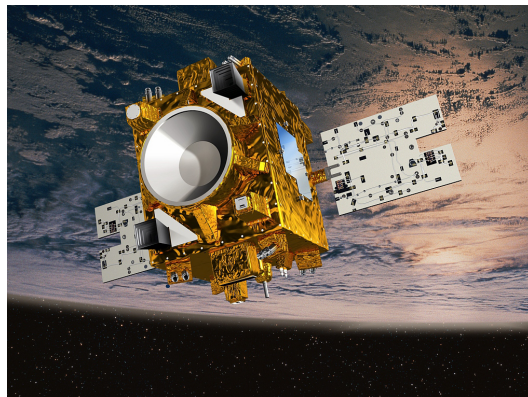
Етвешови експерименти су изведени врло пажљиво, трајали су јако дуго (по 4000 сати) и показали су да је  $\eta < 10^{-9}$ . Другим речима, ако постоји разлика инерцијалне и гравитационе масе, та разлика је на деветој сигурној цифри масе.

У наредним деценијама Етвешов експеримент је унапређен и тачност додатно повећана. Најпрецизније мерење у лабораторијским условима је извршено 2008. године: Eöt-Wash група са Вашингтонског универзитета у Сијетлу је развила нову технику мерења слабог гравитационог поља у потрази за новом интеракцијом, слабијом од гравитације. Они су добили да је  $\eta = (1.0 \pm 1.4) \cdot 10^{-13}$ .

Планирани су и други експерименти који треба да још тачније измере ову величину. Неки модели квантне гравитације нарушавају СПЕ и предвиђају да је Етвешов параметар између  $10^{-13}$  и  $10^{-18}$ . Евентуална потврда СПЕ била би драгоцен податак јер ће ограничити потенцијалне теорије које су кандидати за проширења ОТО, као и мерење нарушења СПЕ, што би указало да ОТО није коначна теорија гравитације. У априлу 2016. године треба да се лансира микросателит MICROSCOPE (Micro-Satellite à traînée Compensée pour l'Observation du Principe d'Equivalence) – експеримент француске свемирске агенције (CNES). Очекује се да ће ова мисија трајати једну годину и коштаће око 230 милиона евра. У експерименту MICROSCOPE посматра се кретање два концентрична, наелектрисана цилиндрична тела пречника око десетак

---

<sup>1</sup> Негравитациони експеримент је појава која се дешава под деловањем електромагнетне, слабе или јаке нуклеарне интеракције. Ово су интеракције које описује Стандардни модел.



Слика 1

Микросателит MICROSCOPE.

центиментара. Цилиндри су израђени од различитих материјала, тако да се неће кретати на исти начин ако је нарушен СПЕ. Систем је толико осетљив на кретање цилиндара да ће се СПЕ проверити тачношћу до  $10^{-15}$ . И овај експеримент може да се унапреди, постоје пројекти чија се реализација очекује у наредним деценијама, када ће се СПЕ моћи мерити до  $10^{-18}$ .

ЛЛИ је проверена са сличном тачношћу као СПЕ. Ипак, чини нам се да постоје разумни аргументи који указују да је ЛЛИ нарушена на одређеним скалама. У оквиру квантне гравитације предвиђа се постојање фундаменталне скале дужине реда величине  $l_P = (\hbar G/c^3)^{1/2} \sim 10^{-33}$  cm. Овде су  $\hbar$  – Планкова константа,  $G$  – гравитациона константа и  $c$  – брзина светлости. Величину  $l_P$  зовемо Планкова дужина. Постојање ове константе није у сагласности са ЛЛИ, јер два локална посматрача која се крећу различитим брзинама мере различите дужине (због контракције дужине, ефекта који предвиђа Специјална теорија релативности). У теоријама које предвиђају постојање минималне дужине (теорија струна, некомутативна геометрија) модификује се ЛЛИ, што доводи до другачије везе између енергије  $E$  и импулса честице  $p$ . За фотоне та релација није више  $E = pc$ , већ брзина светлости зависи од енергије фотона. Ова промена брзине светлости могла би да се види у астрономским посматрањима, али још увек није детектована. Оно што данас знамо је да релативна промена брзине светлости, ако постоји, износи мање од  $10^{-13}$ .

Последња експериментална чињеница на којој се базира АПЕ је да су негравитациони експерименти независни од места и времена дешавања. Да бисмо разумели шта то конкретно значи, претпоставимо да имамо два експериментатора који изводе мерења истих појава у својим лабораторијама, дакле локално. Они су снабдевени часовницима истоветне конструкције. Ако мере нпр. време полураспада неке честице, они ће упоредити трајање живота честице са јединичним временом које читавају на свом часовнику и за исте честице ће добити исте резултате. Али уколико поредимо показивање часовника у различитим лабораторијама, ОТР предвиђа да ће они откуцавати различито ако се налазе у различитим гравитационим пољима. Часовник у гравитационом потенцијалу  $U$  откуцава спорије за фактор  $1 + U/c^2$  у односу на часовник истоветне конструкције који се налази ван гравитационог поља. Овај ефекат је познат као гравитациони црвени помак. Оно што предвиђа ИЛП је да разлика у показивању часовника потиче само од гравитационог поља.

Мерење гравитационог црвеног помака је предложио Ајнштајн одмах по формулисању ОТР. Испоставило се да је тај ефекат доста тешко измерити и било је потребно да прође готово пола века да се експериментално провери. Тачност којом се то чини је шездесетих година била 10%

док је данас око  $10^{-4}$ . Стога ИЛП представља најслабију карикју АПЕ.

## 2. ПРВЕ ПОТВРДЕ

Посланица АПЕ је да се гравитациона интеракција манифестује као закривљеност простор-времена. Користећи Риманову теорију закривљених простора Ајнштајн је успео да напише једначине које описују како присуство материје криви простор-време и како се тела крећу у закривљеном простор-времену. Добио је једначине које имају велики број занимљивих решења. Њихова примена на кретање планета даје резултате који се незнатно разликују од предвиђања Њутнове теорије гравитације, али и та мала разлика је довољна да објасни загонетку која је више од пола века збуњивала физичаре – ротацију перихела Меркура.

**Ротација перихела.** Први емпиријски успех ОТР десио се одмах по њеном објављивању 1915. године, Ајнштајновим објашњењем аномалије Меркурове орбите. Прецизна мерења изведена средином деветнаестог века показала су да орбита Меркура није сасвим елиптична, како предвиђа Њутнов закон гравитације. Велика полуоса елипсе Меркура, дуж које је и перихел, ротира и у једном веку се помери за угао од 43 лучне секунде. Енигма кретања Меркура је била изазов за физичаре и астрономе све док Ајнштајн није објавио једначине ОТР. Он је најпре размотрио како ове једначина описују кретање планете око Сунца. Добијено решење указало је да се планета креће по елипси која полако ротира. Брзина те ротације у случају Меркура износи измерених  $43''$  за сто година! Овај резултат је наговестио нову еру у опису гравитационе интеракције и сматра се првом експерименталном потврдом ОТР. Ајнштајн је предвидео и да се осе осталих планета лагано ротирају. Што је планета удаљенија од Сунца, ефекат је мањи. Касније се испоставило да тај ефекат постоји и за Земљу, за коју износи око  $4''$  за век.

**Едингтонов експеримент.** Примењујући Ајнштајнове једначине на кретање светлости добија се да светлост скреће у близини великих маса. Експериментална потврда овог предвиђања 1919. године била је велики подстицај прихватању ОТР. Идеја експеримента је врло једноставна: у тренутку помрачења Месец заклони Сунце и тиме открије звезде чија светлост пролази близу Сунца. Помоћу телескопа и фотографских плоча направе се фотографије које се онда пореде са фотографијама истих далеких звезда, али кад су Сунце и Месец на неком другом месту. Поредити положаје тих звезда на сликама током помрачења и без Сунца, може се установити како Сунце утиче на кретање светлости са тих звезда и упоредити са Ајнштајновим прорачунима, који је 1915. показао да из ОТР следи да светлост у гравитационом пољу Сунца скреће за угао  $1''.75$ .

По завршетку првог светског рата, Артур Едингтон је организовао две експедиције које су посматрале помрачење Сунца 29. маја 1919. са циљем да провере Ајнштајнова предвиђања: на острво Принципе и град Собрал у Бразилу. Анализом фотографија са острва Принципе установљено је да скретање износи  $1''.60 \pm 0''.31$ , док су фотографије из Бразила указивале на нешто већи резултат  $1''.98 \pm 0''.12$ . Резултати су објављени 6. новембра 1919. године у Краљевском друштву у Лондону. Ајнштајнов прорачун се слаже са оба резултата заједно, али не у потпуности са другим од њих. То је изазвало одређену сумњу. Ипак, резултати су недвосмислено показали да постоји скретање светлости у гравитационом пољу Сунца и да је концепт закривљеног простор-времена исправан. ОТР је преко ноћи постала сензација, а лондонски "Тајмс" је 7. новембра на насловној страни објавио велики наслов:

"РЕВОЛУЦИЈА У НАУЦИ  
НОВА ТЕОРИЈА КОСМОСА  
ОПОВРГНУТЕ ЊУТНОВЕ ИДЕЈЕ"

Овај наслов је симболички најавио ново раздобље у коме су идеје апсолутног простора и апсолутног времена заувек одбачене. Британски историчар Пол Џонсон овај наслов сматра прекретницом у историји и рачуна да од њега почиње ново доба. Више детаља о Едингтоновим експедицијама, резултатима и последицама овог открића може се наћи у [4].

Мада су ови експериментални резултати били пресудни за прихватање ОТР, Ајнштајну они нису били примарни. Поводом обележавања 15 година открића ОТР он је рекао:

”Не сматрам да је главни значај опште теорије релативности предвиђање малих, мерљивих ефекта, већ једноставност њеног заснивања и њена доследност.”

У наредним деценијама помрачења Сунца су коришћена за понављање Едингтоновог експеримента. Занимљиво је да су сви добијали резултате који се слажу са Ајнштајновим прорачунима, али тачност није била значајно повећана. Овај метод је технолошки најпрецизније изведен 1973. године када је група са универзитета Тексас и Принстон употребила модерне емулзије, телескопе који су били у температурно контролисаним условима, покретани моторима. Анализа фотографија је урађена помоћу тада најмодернијег софтвера и добијен је резултат  $1''.66 \pm 0''.19$ .

**Хаблово откриће.** Двадесетих година откривен је још један феномен који је предвиђен и објашњен једначинама ОТР. Амерички астроном Едвин Хабл је 1929. године посматрао галаксије које су на растојањима 30 милиона светлосних година и више. Он је испитивао спектре звезда у удаљеним галаксијама и установио је да сви посматрани објекти имају црвени помак, односно да је таласна дужина светлости која нам долази са тих извора помакнута ка црвеном делу спектра. Специјална теорија релативности каже да ће светлост са извора који се удаљава имати помак ка већим таласним дужинама (Доплеров ефекат), тако да је Хаблово мерење указало да се далеке галаксије удаљавају од нас. Хабл је користећи многе астрофизичке феномене и ефекте мерио и растојања до галаксија. Запазио је да су брзине којим се галаксије удаљавају сразмерне са њиховим растојањем. Ово откриће је основ модерне космологије, а испоставило се да је оно записано и у Ајнштајновим једначинама. То је први учио Александар Фридман, руски физичар и математичар. Фридман је 1922. године потражио решење Ајнштајнових једначина које описује просторно хомоген и изотропан свемир и добио је да се такав свемир шири. Ово откриће је објављено 1924. године, али је остало непримећено до Хаблових посматрања. Хаблови резултати су показали да је ОТР применљива на читав свемир. ОТР је формулисана са циљем да се гравитациона интеракција опише као геометрија из чега су добијени закони који управљају динамичким развојем геометрије простора у времену. Примена ове теорије на космос омогућила је да космологија постане физичка теорија.

### 3. ЗЛАТНО ДОБА

Поред ротације перихела и скретања светлости у гравитационом пољу, што је измерено до двадесетих година прошлог века, Ајнштајн је предложио да се ОТР тестира мерењем гравитационог црвеног помака. О овом ефекту је већ било речи када смо говорили о инваријантности локалног положаја, а сад ћемо да видимо како је ефекат измерен. Мерење гравитационог црвеног помака најавило је златно доба проверавања ОТР.

**Гравитациони црвени помак.** Ако посматрамо светлост са масивне звезде на којој имамо јако гравитационо поље, уочавамо црвени помак, фреквенција светлости постаје мања. Први покушаји да се измери ове појава били су везани за померање спектралних линија светлости са Сунца. Међутим, различити додатни ефекти на површини Сунца смањују тачност мерења ове појаве тако да се она губи у шуму. Стога је гравитациони црвени помак први пут потврђен

мерењима у лабораторији.

Када извор емитује светлост фреквенције  $\nu_0$ , посматрач који се налази на висини  $h$  у хомогеном гравитационо пољу чије је убрзање  $g$  мери фреквенцију светлости

$$\nu = \nu_0 \left( 1 - \frac{gh}{c^2} \right),$$

Овај ефекат је јако мали, што се види ако се израчуна релативна промена фреквенције која износи  $\Delta\nu/\nu = gh/c^2$ . Ако је висинска разлика 10 метара добијамо да је  $\Delta\nu/\nu \sim 10^{-15}$ . Ипак, у великом броју мерења између 1959. и 1965. године овај ефекат је успешно измерен у Цеферсоновој лабораторији на Харварду. Тим окупљен око нобеловца Роберта Поунда показао је да долази до промене фреквенције светлости и да је за то одговорно гравитационо поље (Поунд-Рибка експеримент) користећи се Месбауеровом гама-спектрометријом. Они су мерили промену фреквенције гама-зрачења које настаје при прелазу изотопа гвожђа  $^{57}\text{Fe}$  из побуђеног у основно стање. Извор се налазио у приземљу лабораторије одакле су гама-зраци одлазили на кристалну решетку истих изотопа  $^{57}\text{Fe}$ , постављену у поткровљу лабораторије на висини 22,5 метара. Ако се не мења фреквенције гама-зрака, они су у стању да изазову побуђивање језгара у поткровљу. Али чак и мала промена фреквенције онемогућава гама-зраке да побуде језгара. И заиста, није долазило до апсорпције гама-зрака од стране језгара који су се налазили у поткровљу. Да би се ефекат додатно проверио искоришћен је релативистички Доплеров ефекат који каже да се фреквенција светлости повећава кад се извор креће ка пријемнику. Ако се пријемник креће брзином  $v = 7.5 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$  долази до повећања фреквенције светлости за износ који је једнак смањењу фреквенције од гравитационог поља. Управо то кретање извора омогућило је језгрима у поткровљу да апсорбују гама-зраке. Пошто се мери резонантна појава мерење је могло да се изврши доста прецизно. Предвиђање ОТР је верификовано са грешком мањом од 1%, што је у то време била најтачнија потврда ове теорије. Поунд-Рибка експеримент је пример систематског експеримента са јасним циљем и резултатом. Ипак, дешавало се да се неке важне ствари открију сасвим случајно. Једна од њих је откриће космичког позадинског зрачења.

**Космичко позадинско зрачење.** Откриће космичког позадинског зрачења Пензијаса и Вилсона 1965. године представља прекретницу у развоју космологије. Пре тог открића сматрало се да је васиона увек иста. Ширење свемира праћено је стварањем нове материје која попуњава простор, тако да васиона нема почетак. Међутим, два млада радиоастронома Арно Пензијас и Роберт Вилсон осматрали су небо најосетљивијим радио телескопом који је постојао у то време, са циљем да проуче радио пренос са комуникационих сателита. Тада су приметили да постоји позадински шум, исти у свим правцима. Испоставило се да тај шум има термални спектар с температуром око 3 К. Ово експериментално откриће оживело је идеју Гамова и сарадника који су четрдесетих година двадесетог века изнели теорију Великог праска, према којој је Васиона некад била много мања, топлија и другачијег састава. Предвидели су да се данас може видети остатак зрачења из фазе рекомбинације, кад су наелектрисани протони и електрони направили неутралне атоме, чиме је васиона постала провидна за фотоне. Ти фотони због ширења васионе тренутно имају таласне дужине у микроталасном делу спектра. Пензијас и Вилсон су видели управо оно што је Гамов предвидео.

**Хафеле-Китинг експеримент.** Поунд-Рибка експеримент је показао да гравитационо поље утиче на начин протицања времена. У експерименту су коришћене субатомске честице и као такав, експеримент је мање директан него да су употребљени прави сатови. Почетком седамдесетих година цезијумски часовници су постали довољно прецизни и комерцијални авиони задовољавајуће брзи да се помоћи њих могу проверити ефекти теорије релативности.

Стога су у октобру 1971. године Хафеле и Китинг извели експерименте са четири цезијумска часовника који су путовали комерцијалним авионским линијама у Конкорду око света. Пошто Специјална теорија релативности предвиђа битно различите ефекте кад се путује на исток и на запад, сатови су обишли свет у различитим смеровима. Поредџи показивање часовника након летова  $\tau$  са истоветним часовницима који су остали у лабораторији  $\tau_0$ , установили су да је разлика у откуцавању часовника  $\Delta\tau = \tau - \tau_0$  у сагласности са предвиђањима теорије релативности (табела 1).

Слични ефекти се јављају и на сателитима који се користе у систему глобалног позиционирања (GPS). Релативистичке корекције омогућавају да овај систем функционише, јер уколико бисмо их занемарили, сателитски сегмент овог система би након једног дана правио грешку реда величине 1 km и као такав би постао неупотребљив. Управо је GPS омогућио да се положај авиона и других превозних средстава тачније одређује, што утиче и на тачност теоријског предвиђања за резултат Хафеле-Китинг експеримента. Тако је 2010. године поновљен овај експеримент и добијен је резултат  $\Delta\tau_{\text{exp}} = (230 \pm 20) \text{ ns}$ , што се слаже с теоријским предвиђањем  $\Delta\tau_{\text{th}} = (246 \pm 3) \text{ ns}$ .

Атомски часовници нове генерације засновани су на употреби фемтосекундних фреквентних чешљева и имају много већу стабилност и мању неодређеност од стандардних атомских сатова. За развој ових часовника Хол и Херш су 2005. године добили Нобелову награду. Данас ти часовници могу да провере теорију релативности тачније него икад раније. Да би то показали Чоу и сарадници су 2010. године употребили часовнике засноване на појединачним заробљеним јонима  $^{27}\text{Al}^+$  који раде на фреквенцији  $10^{15} \text{ Hz}$  са систематском неодређеношћу око  $10^{17} \text{ Hz}$ . То значи да су помоћу тих сатова видљиви релативистички ефекти на брзинама и растојањима из свакодневног живота. Кретање часовника релативном брзином  $10 \text{ m/s}$  потврдило је дилатацију времена, док се мерење времена на часовницима на висинској разлици од 3,3 метра сложило са гравитационим црвеним помаком којег предвиђа ОТР. Тиме је показано да су Ајнштајнова предвиђања тачна и да се релативистички ефекти могу измерити чак и у дешавањима која су део свакодневице.

**Гравитациона сочива.** Едингтоново посматрање скретања светлости у гравитационом пољу Сунца је пример деловања гравитационог сочива. Светлост је услед постојања материје скренула за одређени угао јер је простор-време закривљено. Као што смо видели, Едингтоново и каснија мерења истог ефекта изведена у оптичком домену имају грешку од неких 30% тако да се више могу сматрати потврдом постојања појаве, него ли тачном потврдом ОТР. Међутим, развој посматрачких техника у радиоастрономији довео је до могућности да се са изузетном прецизношћу одреде положаји квазара, објеката који имају велики црвени помак (што значи да су јако далеко). Последњи резултати мерења угла скретања електромагнетног зрачења у радио спектру показала су одлично слагање са ОТР са грешком мањом од 0,01%.

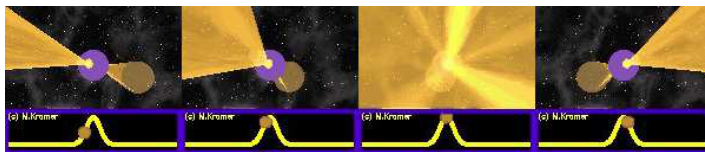
**Табела 1** Хафеле-Китингов експеримент – предвиђања и резултати за  $\Delta\tau = \tau - \tau_0$ . Сва времена су изражена у наносекундама (ns).

Ефекат	Смер	
	Исток	Запад
СТР	$-184 \pm 18$	$96 \pm 10$
ОТР	$144 \pm 14$	$179 \pm 18$
Укупно	$-40 \pm 23$	$275 \pm 21$
Експеримент	$-59 \pm 10$	$273 \pm 7$



Слика 2

Пулсар – неколико узастопних фрејмова.



Стога су гравитациона сочива средство које се користи и у проучавању садржаја Вационе. Када се између телескопа и објекта који се посматра налази извор гравитационог поља (звезда), на основу скретања светлости са објекта можемо да измеримо колика је маса звезде. Употреба гравитационих сочива је основ експерименталне гравитације и користи се за мапирање тамне материје, тестирање алтернативних теорија гравитације, проучавање вансоларних планета...

**Шапиро ефекат.** Рекли смо већ да у близини велике масе, у области јаког гравитационог поља, часовник откуцава спорије. То може да се провери мерењем времена које је потребно светлости да оде и да се врати до неког удаљеног објекта, а да при томе пролази близу Сунца. Постоји пуно објеката у Сунчевом систему од којих светлост може да се рефлектује: то су удаљене свемирске летелице, као и мисије на друге планете. На основу познавања трајекторије удаљеног објекта, може се одредити за колико касни сигнал у односу на случај кад не би било успоравања времена у гравитационом пољу. Овај ефекат је први предвидео амерички астрофизичар Ервин Шапиро 1964. године. Шапиро ефекат је мерен шездесетих година, а 2002. године је помоћу радио-линка са свемирским бродом Касини добијено да се експериментални резултат и прорачун добијен на основу ОТП разликују за мање од 0,0021%.

**Откриће пулсара.** Нова фаза у експерименталном проверавању ОТП најављена је открићем пулсара 1967. године. Постојање извора радио таласа сталне фреквенције у почетку је протумачено као сигнал удаљене интелигентне врсте. Ипак, пошто је већ следеће године уочено тридесетак сличних објеката, ова теорија је одбачена. Данас се сматра да је пулсар фаза у развоју звезде, након сажимања материје после експлозије супернове. Звезда се тад састоји углавном од неутрона и густина материје је упоредива са густином нуклеарне материје. Када неутронска звезда ротира, она емитује велику количину електромагнетног зрачења у облику пулсова константног периода, који се на Земљи види у радиоталасном делу електромагнетног спектра. Карактеристичан период пулсара је реда величине милисекунде, маса пулсара је поредива са масом Сунца, док му је пречник милион пута мањи од пречника Сунца.

Такви објекти производе јака гравитациона поља и простор-време у близини пулсара има велику кривину. Стога се проучавањем пулсара посматра режим јаког гравитационог поља. У том режиму Ајнштајнове једначине дају нове ефекте које не видимо у Соларном систему, где су сва поља слаба и брзине тела мале у односу на брзину светлости.

Провера ОТП у јаком режиму пулсара постала је могућа 1974. године кад су Халс и Тејлор уочили први бинарни пулсар (PSR B1913+16). То је систем два пулсара, довољно близа један другом да се сваки од њих налази у јаком гравитационом пољу. Овај систем отвара нове могућности проучавања гравитације. Од тад па до данас откривено је преко 70 двојних пулсара, са различитим односима маса неутронских звезда који их чине. Описивање ових пулсара захтева коршћење пост-Кеплеровог формализма, односно решавање проблема два тела у оквиру једначина ОТП. Испоставља се да су ефекти који у Сунчевом систему представљају малу корекцију, доминантна појава у систему два пулсара. Проблем два тела у ОТП се описује с више параметара него што је то случај у Њутновој гравитацији. поред ексцентрицитета, периода, дужине осе елипсе, овде имамо и средњу брзину смањења перихела, брзину смањења периода, црвени помак, дилатација времена, Шапиро кашњење...Њих можемо предвидети у оквиру ОТП

и изузетно тачно измерити у посматрањима, пошто је сигнал са пулсара стабилан. Поређење ових параметара показује да су једначине ОТР слажу са посматрањима и да је евентуално неслагање са вредностима неких параметара око 1%. Још је фасцинантније да се прорачуната брзина губљења енергије двојног система услед зрачења гравитационих таласа сагласна са ОТР у 0, 1%. Гравитациони таласи су значајни за наше будуће разумевање гравитације и о њима ће више речи бити у посебном тексту.

#### 4. У ПОТРАЗИ ЗА ЈАКИМ ГРАВИТАЦИОНИМ ПОЉИМА

Крајем седамдесетих година имали смо довољно података о бинарним пулсарима да са сигурношћу тврдимо да су предвиђања ОТР тачна и у режиму јаког поља. Тада настаје велики интерес за проучавање снажних гравитационих поља. У макроскопском смислу, под јаким гравитационим пољем подразумевамо да је бездимензионална величина  $\epsilon = GM/Rc^2$  око 1. На површини Земље овај број износи  $\epsilon = 7 \cdot 10^{-10}$ , у близини Сунца је  $\epsilon \approx 10^{-5}$ , за неутронску звезду је  $\epsilon \approx 0.2$  док за црну рупу има вредност око  $\epsilon \approx 1$ . Јасно је да у прва два случаја имамо режим слабог поља, док је код последња два система поље јако.

Алтернативни начин посматрања јаким поља долази из физике елементарних честица. Ту се разматрају уопштења Стандардног модела елементарних честица и гледа се величина  $GM/R^3 c^2$  која представља Риманову кривину простор-времена, карактеристичну за неки феномен, који се одиграва на растојању  $l$ . Ако је  $GM/R^3 c^2 \approx l^{-2}$  онда је гравитација јака. У овом режиму природу треба описати квантном гравитацијом, што је тема једног од наредних чланака.

Овде ћемо више да се усредсредимо на посматрања црних рупа, места највеће закривљености простор-времена и то оних највећих. Сматра се да се у центру сваке галаксије налази супермасивна црна рупа. Постоји пуно доказа да се и у центру Млечног пута налази једна огромна црна рупа. То је извор радио-таласа Стрелац А\* (Sgr A\*) који се налази у близу ивице сазвежђа Стрелца.

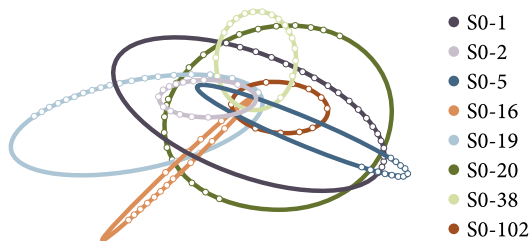
Из ОТР следи да се све црне рупе карактеришу са (само) три величине: масом, наелектрисањем и моментом импулса. Решења Ајнштајнових једначина која описују ненаелектричану црну рупу која не ротира је Шварцшилдова црна рупа, Рајснер-Нордстромова је наелектрисана и Керова црна рупа ротира. Сматра се међутим да у свемиру нема наелектрисаних црних рупа, односно да су црне рупе у природи, због укупне динамике звезда и међузвездане материје – ротирајуће.

Објект у центру наше галаксије - Млечног пута, Sgr A\*, откривен је пре 40 година, интензивно се посматра 20 година, а у последњих 10 година се сматра да је то супермасивна црна рупа. Разлози који искључују сваку “разумну сумњу” у овај закључак су следећи.

- **Маса:** детаљно су реконструисане трајекторије око 30 звезда које орбитирају око невидљивог центра – црне рупе која их својом масом привлачи. Из особина орбита посматраних звезда закључује се да је маса црне рупе Sgr A\* између 4 и 4.6 милиона маса Сунца.
- **Хоризонт догађаја:** на основу посматрања радио-телескопима на Земљи и трајекторије звезде S2 може се закључити да полупречник Sgr A\* није већи од око 17 полупречника Сунца, односно око 3.7 Шварцшилдових радијуса који би одговарали измереној маси Sgr A\*. Оволика огромна густина је немогућа за нама познате конфигурације материје – може постојати само у црној рупи.
- **Акрециони диск:** се види код Sgr A\*. То је феномен који постоји код ротирајућих црних рупа, које при својој ротацији “повлаче” са собом околни простор и материју у њему:

Слика 3

Трајекторије звезда око масивне црне рупе у центру Млечног пута. Тачке одговарају измереним положајима, а линије екстраполираним трајекторијама.



звезде и међузвездану материју.

- **Цетови:** или млазови наелектрисаних честица црна рупа емитује дуж своје осе ротације, а настају због јаких магнетних поља у простору око црне рупе. Цетови који потичу од Sgr A\* постоје и стално се детектују.

Sgr A\* прави најјаче гравитационо поље у нашој галаксији и представља јединствену лабораторију за тестирање ОТР. У наредних десетак година ова црна рупа ће се посматрати низом нових инструмената који су подешени да посматрају електромагнетне таласе у распону од 18 редова величине, чиме ће прикупити драгоцене податке о понашању простор-времена у екстремним условима. Две различите групе астронома (једна у САД са UCLA и друга у Немачкој) детаљно проучавају овај део неба и за њих ће нарочито занимљива бити 2018. година када ће најсјанија звезда која кружи око масивне црне рупе SO-2 прићи најближе атрактору и тиме ће бити под утицајем најјаче гравитације. ОТР предвиђа да ће након тога кренути у нов, 16 година дуг циклус кретања по елипси, али ће њен перихел бити померен за  $0.2^\circ$ . Перихел SO-2 ротира сто пута бржи од перихела Меркура и телескопи су довољно добри да ту промену виде у току 2019.

Ово је само један од многобројних ефеката који ће се видети током посматрања галактичког језгра. Неки од ефеката ће можда бити и неочекиван, необјашњиви помоћу ОТР. У том случају ова посматрања ће усмеравати како да се надогради ОТР. Та нова, софистицирана теорија ће вероватно бити исказана елегантнијом математиком и треба да подједнако добро опише широку класу гравитационих појава коју успешно описује ОТР, али ће описати и нове феномене које још увек не видимо. У будућности очекујемо експерименте који ће предвиђања ОТР да упореде са предвиђањима алтернативних теорија гравитације. Кратак преглед ових теорија је приказан на слици 4.

Приликом обележавања 50 година ОТР, експерименти везани за ову теорију су били неважни. За стоту годишњицу, ова тема је значајна. Не би се требало изненадити ако за 150 година ОТР ово буде доминантна област.

## ДОДАТНА ЛИТЕРАТУРА

1. S. G. Turyshev, "Experimental Tests of General Relativity," *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **58** (2008) 207 [arXiv:0806.1731 [gr-qc]].
2. C. M. Will, "The Confrontation between General Relativity and Experiment," *Living Rev. Rel.* **17** (2014) 4 [arXiv:1403.7377 [gr-qc]].
3. E. Berti, E. Barausse, V. Cardoso, L. Gualtieri, P. Pani, U. Sperhake, L. C. Stein and N. Wex *et al.*, "Testing General Relativity with Present and Future Astrophysical Observations," [arXiv:1501.07274 [gr-qc]].
4. C. M. Will, "The 1919 measurement of the deflection of light", 2015 *Class. Quantum Grav.* **32** 124001, [arXiv:1409.7812 [physics.hist-ph]].



# Гравитациони таласи - шта се то таласа?

Бојан Николић

Институт за физику  
Универзитет у Београду  
мејл: [BNIKOLIC@IPB.AC.RS](mailto:BNIKOLIC@IPB.AC.RS)

100 година опште теорије релативности 2015.  
4:43–50

## Кључни појмови

гравитациони таласи, ОТР, детекција гравитационих таласа

## Резиме

У тренутку настанка опште теорије релативности (ОТР) у физици су били познати механички и електромагнетни таласи. Једна од последица ОТР је постојање гравитационих таласа. Свака маса која врши неко периодично кретање је извор таласа, али су они недетектабилни због високог нивоа шума на фреквенцијама на којима се очекује њихова детекција. Извори гравитационих таласа би могли бити бинарни системи неутронских звезда (ротирају релативно великом фреквенцијом) као и догађаји у којима долази до значајне прерасподеле маса (судари галаксија и сл.). Чињеница је да гравитациони таласи до данас нису директно детектовани али постоје велики експерименти који покушавају то да остваре (LIGO и његови ”наследници”).

## 1. Увод

Камен бачен у воду изазива појаву трансверзалних таласа на њеној површини, треперење гласних жица омогућава да чујемо саговорника, земљотреси изазивају појаву цунами таласа итд. Све наведено су примери *механичких* таласа. За простирање механичких таласа је потребна материјална средина. Поремећај настао на једном месту преноси се таласом кроз материјалну средину. Механички таласи се не простиру кроз вакуум. Положај честице средине у датом тренутку  $t$  у тачки  $\vec{r}$  (колоквијално "поремећај")  $u(\vec{r}, t)$  задовољава хомогену *таласну једначину*

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u(\vec{r}, t) = 0. \quad (1)$$

Величина  $v$  представља брзину таласа у датој материјалној средини (није једнака брзини честице материјалне средине). Поремећај  $u(\vec{r}, t)$  може бити ортогоналан на правац простирања таласа (трансверзални талас) или колинеаран са правцем простирања таласа (лонгитудиналан талас).

У другој половини 19. века енглески физичар Џејмс Кларк Мексвел је, обједињавајући дотадашња експериментална сазнања, написао једначине електромагнетног поља познате у литератури као Мексвелове једначине. Једноставна анализа тих једначина показује да у простору где нема наелектрисања и струја електрично  $\vec{E}$  и магнетно поље  $\vec{B}$  задовољавају хомогене таласне једначине. Простије речено, око простора у коме су задате расподеле наелектрисања и струја постоји електромагнетно (ЕМ) поље. Енергија ЕМ поља се преноси дуж правца који је ортогоналан на векторе јачине електричног и магнетног поља - ЕМ талас је трансверзалан. За разлику од механичких таласа, ЕМ таласи се простиру и кроз вакуум и то највећом брзином у природи  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ . Херцовим експериментом (1888) потврђено је постојање ЕМ таласа. Питање које су поставили научници тога времена тицало се средине кроз коју се ЕМ талас простира. По аналогији са механичким таласима морала је постојати нека средина која преноси таласе. Тада је уведен појам етера. Међутим, Мајкелсон-Морлијев експеримент као и многа унапређења овог експеримента потврдили су да је брзина светлости иста у свим правцима и да не зависи од избора референтног система - једноставније речено, етера, у облику како су га научници замишљали, нема. И тада (1905) се родила специјална теорија релативности (СТР).

Почетак 20. века физика је "сачекала" са познавањем две врсте таласа. Али човек који је формулисао СТР, Алберт Ајнштајн, вредно је радио на новој теорији гравитације полазећи од једног основног захтева - закони физике морају бити инваријантни на избор референтног система (инерцијалног или неинерцијалног). И дошао је до теорије која је на фундаментално нов начин интерпретирала гравитацију - формулисана је Општа теорија релативности (ОТР) 1915. године.

## 2. Основе ОТР

У Њутновој теорији гравитације маса је извор гравитационог поља. Свако друго тело одређене масе које се нађе у датом гравитационом пољу је изложено деловању привлачне силе. Њутн је дао аналитички облик за гравитациону интеракцију две тачкасте масе (сила којом тело 1 делује на тело 2)

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1), \quad (2)$$

где је  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  Њутнова гравитациона константа. Из Њутновог закона гравитације се види да је сила пропорционална масама тела, обрнуто пропорционална међусобном растојању, привлачна и колинеарна са вектором релативног положаја.



По Њутновој теорији гравитација је СИЛА. И по том питању није било никаквих квалитативних помака до почетка 20. века. А онда се појавио Алберт Ајнштајн, прво са својом специјалном теоријом релативности. Једна од револуционарних ствари коју је Ајнштајн тада увео у физику је обједињеност простора и времена у један просторно-временски континуум тј. време више није параметар већ координата. Један од два постулата СТР захтева инваријантност физичких закона у односу на избор инерцијалног референтног система (други се тиче брзине светлости).

Сам Ајнштајн није био задовољан. Сматрао је да физички закони морају бити инваријантни и односу на избор инерцијалног и неинерцијалног система тј. увидео је да у ”причу” мора да укључи и гравитацију. Математичким језиком речено, какву год трансформацију координата да направимо закони физике морају очувати свој облик (строго речено инваријантност на дифеоморфизме).

Овде нећемо улазити у суптилне детаље извођења Ајнштајнових једначина за гравитационо поље. Ајнштајн је једначине извео користећи се законом одржања тензора енергије-импулса као и особинама неких геометријских величина. У савременој литератури извођење иде из одговарајућег дејства применом методе минимума дејства. Било како било, једначине за гравитационо поље су облика

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad [\mu = 0, 1, 2, 3] \quad (3)$$

где је, најгрубље речено, на левој страни ГЕОМЕТРИЈА, а на десној страни МАТЕРИЈА. Прецизније речено, лева страна једначине је комбинација Ричијевог тензора кривине и скаларне кривине, док је на десној страни тензор енергије-импулса материје/енергије (може се односити и на електромагнетно поље).

Ова једначина успоставља везу између геометрије простор-времена и материје која својим присуством ”закривљује” тај простор-време. У Ајнштајновој слици гравитација није сила већ ГЕОМЕТРИЈА простор-времена. Наравно, добра физичка теорија има особину да објашњава познате феномене и предвиђа неке нове. У оквиру Ајнштајнове теорије успешно је објашњена појава скретања светлосних зрака који пролазе близу Сунца, затим прецесија Меркуровог перихела. Теорија предвиђа постојање сингуларитета (основ за теорију Великог праска) као и црних рупа, за чије постојање постоје индиректни докази. Такође једна од последица ОТР је и постојање *гравитационих таласа*.

### 3. Гравитациони таласи у ОТР

Метод који користимо при математичком опису таласа је метод позадинског поља. Талас (мала пертурбација) се простире кроз простор описан одређеном метриком која задовољава Ајнштајнове једначине.

Математички доказ постојања гравитационих таласа у ОТР је врло једноставан. Уколико посматрамо Ајнштајнове једначине (3) далеко од извора поља (тј. маса) и метрику узмемо у облик

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(0)} + h_{\mu\nu}, \quad (4)$$

где је  $h_{\mu\nu}$  мала пертурбација (талас) и  $g_{\mu\nu}^{(0)}$  метрика простора у коме посматрамо талас, тада Ајнштајнове једначине (уз још неке додатне претпоставке) имају облик таласне једначине

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) h_{\mu\nu} = 0, \quad (5)$$

где је  $c$  брзина светлости у вакууму. Позадинска метрика  $g_{\mu\nu}^{(0)}$  може бити и метрика равнoг простора као и метрика закривљеног простора<sup>1</sup>. У оба случаја исход је је исти, таласна једначина за малу пертурбацију метрике  $h_{\mu\nu}$ . Може се даље показати да је талас трансверзалан. Математички делује све поприлично једноставно. Гравитациони таласи постоје уколико је ОТР ”добра” теорија. Потврде ОТР у случајевима скретања светлосног зрака, прецесије Меркуровог перихела и индиректан доказ постојања црних рупа нас охрабрују да верујемо у ОТР.

Наравно, логично питање је шта се то таласа. Механички талас је пренос осцилација кроз околну материјалну средину. Електромагнетни талас је пренос електричног и магнетног поља наелектрисане честице која се креће убрзано (нпр. осцилује). У случају гравитационих таласа, математички речено, таласа се метрика. Растојање између две инфинитезимално блиске тачке у простору са метриком  $g_{\mu\nu}(x)$  је

$$ds^2 = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu. \quad (6)$$

Уколико десну страну ставимо под квадратни корен и интегралимо од тачке  $A$  до тачке  $B$ , добићемо растојање између тачака у закривљеном простору. ”Таласање” метрике слободније речено значи и таласање растојање између две тачке. Уколико бисмо детектовали те осцилације растојања између тела то би значило и да смо успели да детектујемо гравитационе таласе.

## 4. Детекција гравитационих таласа

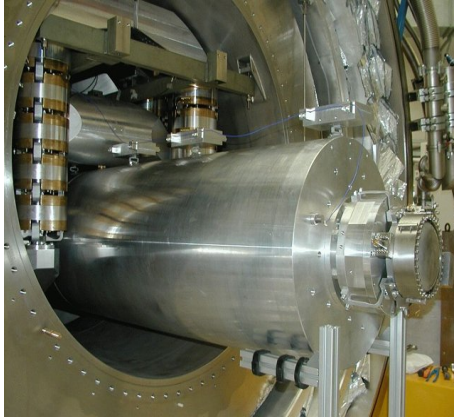
Директна детекција гравитационих таласа је веома компликована због изузетно слабог ефекта који таласи изазивају у детекторима. Амплитуда гравитационог таласа опада са растојањем као  $\sim 1/r$ . Тако да је веома тешко детектовати и таласе који настају услед спајања црних рупа јер им је амплитуда занемарљиво мала када дођу до Земље. До 2014. године није остварена директна детекција гравитационих таласа. Међутим, постоји низ експеримената који указују на то да гравитациони таласи заиста постоје. На пример, еволуција орбитирања бинарних пулсара потпуно је је у складу са губицима енергије кроз гравитационо зрачење које предвиђа ОТР. За откриће те посебне врсте пулсара додељена је и Нобелова награда 1993. године (Расел Халс и Џозеф Тејлор Јуниор).

Људи непрекидно раде на разним видовима детектора којима би регистровали гравитационе таласе. Први и најједноставнији детектори су тзв. Веберове шипке. Друга група детектора су интерферометарски детектори, а у новије време се развијају и граде високофреквентни детектори гравитационих таласа.

### 4.1. Веберове шипке

Једноставан уређај за детекцију очекиваног таласног кретања је тзв. Веберова шипка - велика, чврста метална шипка изолована од спољашњих вибрација. Овај тип детектора је био први који је коришћен. Принцип рада овог детектора је једноставан. Упадни гравитациони талас побуђује резонантно осциловање шипке, а шипка онда својим осциловањем појачава тај ефекат на детектабилни ниво. Савремене варијанте оваквих детектора су охлађене до екстремно ниских температура и опремљене квантним интерференционим уређајима за детекцију вибрација (на

<sup>1</sup>Математички, закривљеност простора подразумева да је тензор кривине различит од нуле. Самим тим су и компоненте метрике функције координата простор-времена. Постоји могућност да је тензор кривине нула а да је метрика зависна од координате. У том случају простор је раван и погодним избором координата можемо прећи на метрику равнoг простора.



Слика 1

AURIGA детектор

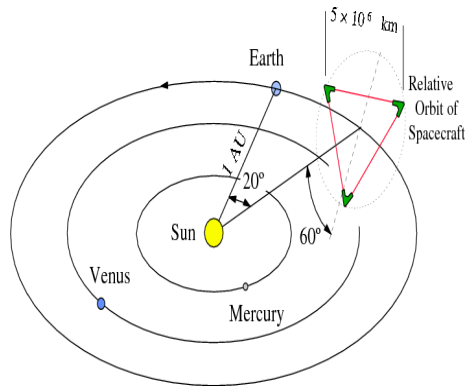


Слика 2

MiniGRAIL детектор

пример, ALLEGRO). Проблем са овим детекторима што се они могу користити само за врло јаке гравитационе таласе.

MiniGRAIL је антена за детекцију гравитационих таласа сферног облика. Ова антена се налази на Универзитету у Лајдену (Холандија), а састоји се од сфере масе 1150 килограма охлађене на температуру 20 mK. Облик сфере омогућава детекцију из свих праваца. Фреквенције које овај детектор најбоље ”хвата” су интервалу 2-4 kHz, па је погодан за детекцију гравитационих таласа који настају у бинарним пулсарима и спајањем мањих црних рупа. Сличног типа је ултрахладни детектор AURIGA који се налази на INFN-у у Италији. Он се састоји од алуминијумског цилиндра дужине 3 метра који је охлађен на температуру реда величине  $\sim$  mK.



Слика 3  
LISA

## 4.2. Интерферометри

Ова група детектора користи ласерску интерферометрију за детекцију гравитационих таласа. Светлост крећући се кроз простор прати закривљење просторно-временског континуума. Принцип рада ових детектора је да се измери ефекат интерференције ласерских зрака при чему је путна разлика настала "скраћивањем" или "издуживањем" простора.

Данас постоје само интерферометри на Земљи. Тренутно најосетљивији интерферометарски детектор је LIGO (Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory). LIGO има три детектора: један је у Ливингстону (држава Луизијана) а друга два су у Хенфорду (држава Вашингтон). Сви они се састоје од по два велика крака дужине 2-4 километра који су под правим углом. Ласерски зраци путују унутар кракова у цевима дијаметра 1 метар. Промене у дужини које ласерски зрак прелази услед проласка гравитационог таласа би у принципу требало да региструје детектор у виду неке (ласерске) интерференционе слике. Нажалост, LIGO није успео да детектује гравитационе таласе. Очекује се да унапређене верзије овог детектора веће осетљивости (VIRGO, GEO 600, TAMA 300) доведу до детекције гравитационих таласа.

Интерферометарски детектори имају и своја ограничења. Прва од њих је шум који настаје као последица тога што ласерски извор производи фотоне у произвољним тренуцима. Ако уз то користимо и мало јачи ласер онда сами фотони својим импулсом могу да уздрмају детекторска огледала. Други проблем је проблем Брауновог кретања, а ни сеизмички шум се не може занемарити.

Због проблема које имају земаљски детектори, планира се и градња детектора у орбити око Земље (eLISA). Три сателита би формирала троугао при чему би свака страница била око 5 милиона километара. Тиме се добија добар вакуум, али и даље остаје проблем фотонског шума као и проблем са космичким зрачењем.

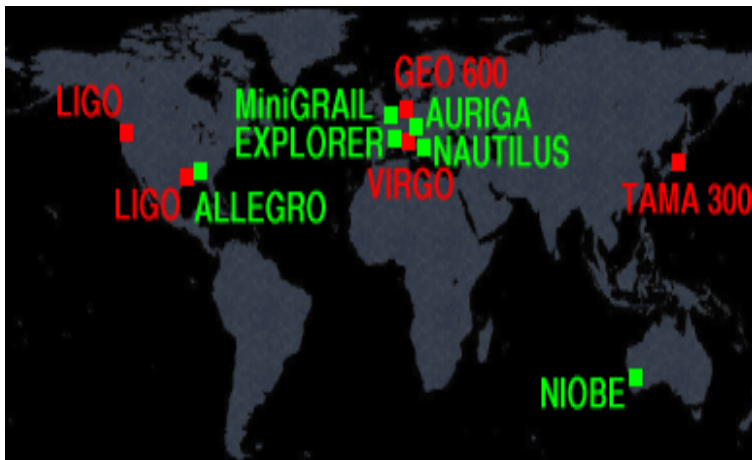
## 4.3. Високофреквентни детектори

Тренутно постоје два оперативна детектора који раде на горњој граници спектра ( $10^{-7} - 10^5 \text{ Hz}$ ). Један је на Универзитету у Бирмингему (Енглеска) а други је на INFN-у у Ђенови (Италија). Трећи се гради на Универзитету у Чонкингу (Кина). Детектор у Бирмингему мери промене у стању поларизације микроталасног зрака који кружи по кругу пречника око 1 метра. Детектор у Ђенови је резонантна антена која се састоји од два спрегнута сферна суперпроводна хармонијска



Слика 4

VIRGO детектор



Слика 5

Распред детектора у свету

оцилатора пречника неколико центиметара. Осцилатори када нису спрегнути имају резонантне фреквенције које су скоро једнаке. Кинески детектор би требало да буде у стању да детектује таласе фреквенције реда 10 GHz.

## 5. Закључак

ОТР је у времену када је настала успела да објасни неке феномене који су били познати научницима попут скретања светлосних зрака у близини великих звезда и прецесију Меркуровог перихела. Свака "права" физичка теорија не објашњава само постојеће и познате феномене већ предвиђа и неке нове. Гравитациони таласи су један од тих феномена. Постојање гравитационих таласа теоријски је поткрепљено општом теоријом релативности јер следи из Ајнштајнових једначина гравитационог поља. Откриће бинарних пулсара (систем

две неутронске звезде), који губе енергију потпуно у складу са предвиђањима ОТР, даје експериментални основ постојању гравитационих таласа. Пошто амплитуда таласа опада као са растојањем као  $\sim 1/r$  ефекти гравитационог зрачења које се мере на Земљи су врло мали, па је и детекција прилично отежана. Граде се савремени детектори високе осетљивости који дају наду у коначну директну детекцију гравитационих таласа.

## ДОДАТНА ЛИТЕРАТУРА

1. C. M. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, W. H. Freeman and Co., San Francisco, 1973.
2. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields*, Pergamon Press, 1971.
3. [http://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational-wave\\_observatory](http://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational-wave_observatory).

# Стандардни модел космологије

Дејан Стојковић

Државни Универзитет Њу Јорка у Бафалу, САД  
Физички факултет  
мејл: DS77@BUFFALO.EDU

100 година опште теорије релативности 2015.  
5:51–56

## Кључни појмови

Теорија великог праска, тамна материја, тамна енергија, космологија

## Резиме

Проучавање настанка, структуре и еволуције универзума у коме живимо је једна од најузбудљивијих истраживачких области модерне физике. У последње две деценије, технолошки напредак је омогућио читав низ посматрања која са великом тачношћу одређују састав и природу нашег универзума и омогућују нам да по први пут у историји формулишемо Стандардни модел космологије, по угледу на Стандардни модел елементарних честица. Док је модел врло добро подржан експерименталним подацима, још увек нисмо успели да га ослободимо свих проблема. Врло је загонетна чињеница да је 95 процената садржине нашег универзума у ствари невидљиво. Тај невидљиви садржај се често означава као тамна материја (или маса која недостаје) и тамна енергија (или мистериозна супстанца која узрокује убрзано ширење универзума). Теоријски оквир у коме ови проблеми могу успешно бити решени мора неизоставно да укључи разне концепте из теорије елементарних честица, гравитације и космологије.



## 1. Теорија Великог Праска

Ајнштајнова општа теорија релативности је теорија гравитације, и као таква описује састав, особине и еволуцију простора и времена. Она повезује геометрију простор-временског континуума са материјом и енергијом која се налази у том простор-времену. Најзанимљивији објекат проучавања на који можемо да применимо ту теорију је свакако сам универзум у коме живимо.

Ајнштајн је врло брзо после формулисања своје опште теорије релативности 1915. године схватио да његове једначине не подржавају статични универзум какав је он желео да опише. Свемир, наиме, мора или да се шири или да се сажима. Да би решио тај проблем он убацује константу  $\Lambda$  (која се често назива космолошка константа) у своје једначине (1). Међутим, 1929. године Едвин Хабл, проучавајући црвени помак светлости која долази из удаљених галаксија, открива да се универзум у ствари шири и Ајнштајн проглашава тај потез својом највећом заблудом.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}. \quad (1)$$

Овде су  $R_{\mu\nu}$  – Ричијев тензор,  $g_{\mu\nu}$  – метрика простор-времена,  $R$  – Ричијев скалар,  $G$  – гравитациона константа,  $c$  – брзина светлости у вакууму и  $T_{\mu\nu}$  – тензор енергије и импулса.

Ајнштајн наравно није знао да се свемир шири пре 1929. године, па није могао ни бити окривљен што је желео да опише статични универзум. Али направио је почетничку грешку што није проверио стабилност решења са космолошком константом. Да је то урадио, одмах би схватио да је такво решење нестабилно и да не може да описује стабилни свемир. То и јесте прави разлог што је прогласио тај потез својом највећом заблудом.



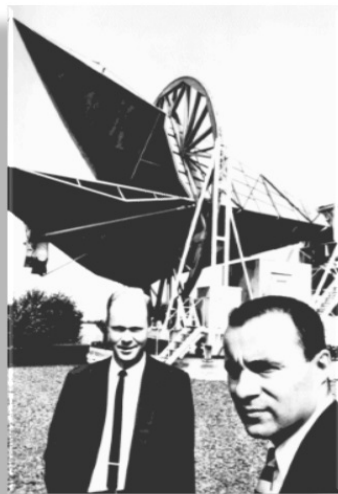
Слика 1

Едвин Хабл, открива да се свемир шири

Хаблово откриће практично означава почетак модерне посматрачке космологије. Ако се универзум данас шири, то значи да је некада био много мањи, много гушћи и много топлији. У почетку је био толико топао да је могао да подржи термонуклеране реакције као што је фузија.

А као што то добро знамо, фузија је у стању да ствара нове елементе. Фузија може да створи хелијум од водоника, угљеник од хелијума, магнезијум од угљеника и тако све до гвожђа. Фузија гвожђа у теже елементе не може се одиграти спонтано јер захтева велику уложену енергију. Стога су Алфер, Бете и Гамов 1948. године предложили да су сви лаки елементи у универзуму произведени у раној епохи коју називамо нуклеосинтезом. Предикције које произилазе из њихових прорачуна (76 процената водоника, 24 процената хелијума и мање од 1 процента свих осталих елемената) слажу се са астрономским посматрањима изузетно добро. Сви остали тежи елементи настали су касније у бурним експлозијама умирућих звезда уз утрошак велике количине енергије. Чињеница да на Земљи имамо елементе теже од гвожђа говори да је наш сунчев систем настао од материјала осталог после експлозије неке звезде која је припадала првој генерацији. Иначе, анегдота каже да су Алфер и Гамов урадили цео прорачун и написали рад, а затим питали Бетеа да им се придружи како би листа аутора изгледала као почетак грчког алфабета: алфа, бета и гама. Бете је ту причу касније потврдио.

Ако је рани универзум био врло топао, а сви топли објекти зраче енергију, поставља се питање где је то зрачење из раног универзума. Зрачење је у време настајања када је универзум био само врела плазма требало бити у видљивом делу електромагнетног спектра, али од тада до данас је прошло више од 13 милијарди година током којих се свемир ширио. Таласна дужина оригиналног зрачења се континуирано повећавала, и данас би то требало бити микроталасно зрачење, невидљиво голим оком. Гамов, Алфер и Хеберт, 1940. године израчунавају да то зрачење треба да има све карактеристике зрачења црног тела, али погрешно одређују његову температуру. Уместо 2.7 степени Келвина они израчунавају 50 степени. Њихову грешку исправља Пиблс 1950. године. И онда сасвим случајно, 1965. године, Пензијас и Вилсон, тестирајући потпуно нови радио телескоп за комуникацију са сателитима, проналазе тај универзални шум који је долазио са свих страна - космичко микроталасно позадинско зрачење. За ово откриће добијају Нобелову награду.



Слика 2

Пензијас и Вилсон, откривају космичко позадинско зрачење

Ове три чињенице: црвени помак, нуклеосинтеза и позадинско зрачење, представљају три

стуба теорије Великог праска. Ми верујемо да се Велики прасак из кога је настао наш универзум заиста догодио, не зато што је та теорија интересантна или елегантна, него зато што успешно објашњава ове три чињенице. Врло је тешко (готово немогуће) формулисати теорију која објашњава ове три чињенице а при том је битно различита од теорије Великог праска. У то су се уверили многи астрономи и космолози којима се није допала чињеница да Велики прасак има у себи религијску конотацију јер прихвата да почетак свемира заиста постоји, као и чињеницу да је један од првих заговорника ове теорије био Леметр, чије је занимање било - свештеник.

## 2. Тамна материја

Међутим, ми смо још увек далеко од потпуног разумевања свемира у коме живимо. Један од највећих проблема је очигледан недостатак материје и енергије у нашем универзуму.

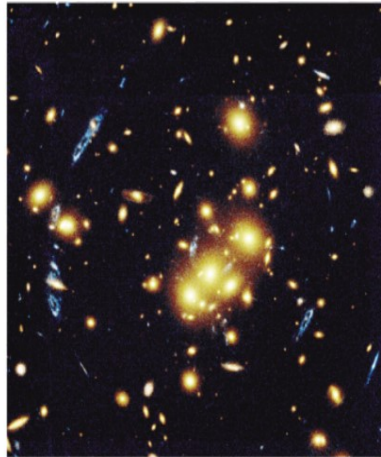
Ако посматрамо ротационе брзине звезда око центра наше галаксије, приметићемо једну чудну појаву. Брзине не опадају са растојањем од центра као што би то био случај да је већина масе сконцентрисана у центру (као код Сунчевог система), већ остају константне до самих граница галаксије. Та опсервација имплицира да је галаксија испуњена тамном материјом која генерише гравитациони потенцијал и утиче на ротацију звезда, али не емитује никакву светлост. Детаљна астрономска посматрања дају строге индикације да галаксије садрже десет пута више тамне материје од обичне материје (као што су планете и звезде).

Наш универзум садржи још веће гравитационо везане структуре од галаксија. То су велики кластери галаксија. Присуство тамне материје у кластерима галаксија можемо детектовати проучавањем кретања галаксија које припадају том кластеру, проучавањем рендгенског зрачења које долази до нас из тог региона, или можемо користити предикцију Ајнштајнове Опште теорије релативности да велике масе закривљују простор око себе. Другим речима, велике масе могу да делују као гравитационо сочиво. Ако посматрамо неки удаљени објект са Земље, а између нас и посматраног објекта се налази велика маса, онда због ефекта гравитационог сочива можемо да видимо вишеструке слике једног истог објекта. Ако знамо удаљеност до посматраног објекта, анализом вишеструких слика можемо да утврдимо колика је маса гравитационог сочива. И ова метода, као и остале две, индицира да у кластерима галаксија има много више тамне од обичне, светле материје.

Још већи проблем настаје кад пробамо да нађемо кандидата за ту тамну материју. Наиме, честице тамне материје морају бити:

- 1) масивне да би генерисале гравитациони потенцијал,
- 2) неутралне јер би наелектрисане честице интераговале са фотонима и аутоматски би биле видљиве,
- 3) стабилне са временом живота од најмање 13.7 милијарди година (колико је стар наш свемир),
- 4) нерелативистичке, тј. морају се кретати споро, јер брзе релативистичке честице не могу да створе структуре које данас опажамо на великим растојањима.

Али кад проанализирамо све честице из нашег Стандардног модела елементарних честица, закључујемо да честица са таквим особинама не постоји. Потребна нам је нека нова физика шира од самог Стандардног модела. Наше највеће наде смо улагали у суперсиметричне теорије и теорије са екстра димензијама које могу да садрже тачно онакве честице какве су нама потребне. Међутим, проблем је што тренутно најмоћнији акцелератор честица који ради у ЦЕРН-у, није нашао ни најмање индикације које би нам дале бар неку наду да су ове теорије тачне. Да ситуација буде још гора, сви досадашњи детектори који даноноћно раде на директном откривању честица тамне материје помоћу врло осетљивих сензора до сада нису дали никакве



Copyright © Addison Wesley.

Слика 3

Ефекат гравитационог сочива даје вишеструке слике једног истог објекта (галаксије у овом случају). Ефекат се лако објашњава предикцијом Ајнштајнове Опште Теорије Релативитета да масивни објекти закривљују простор око себе.

поуздане резултате.

### 3. Тамна енергија

И коначно, 1998. године, наишли смо на још једну загонетку. Проучавајући удаљене супернове (експлозије звезда при крају њихових животних циклуса) пронашли смо да су оне доста тамније него што смо очекивали. Ако су тамније, то значи да су даље него што смо мислили. А ако су даље, то значи да се експанзија свемира убрзава уместо да се успорава као што смо очекивали. Ово откриће је било толико неочекивано, да су и сами астрономи који су радили на анализи података дуго били скептични. Али како се квалитет података постепено побољшавао, и како су потврде долазиле и из различитих типова посматрања (нарочито космичког микроталасног позадинског зрачења), све већи број космолога је долазио до уверења да се наш универзум заиста убрзава.

Најважније питање у овом контексту је каква то врста енергије може да узрокује убрзану експанзију. Нормална материја увек има привлачну гравитацију и увек утиче на успоравање експанзије свемира. Ниједна нама позната форма енергије не може да убрза свемир. И ту правимо пуни круг и враћамо се на сам почетак и највећу Ајнштајнову заблуду – космолошку константу. Космолошка константа, ако се стави на десну страну Ајнштајнових једначина (1), може да делује као антигравитација и изазове убрзану експанзију, али као што смо већ навикли у модерној космологији, не без озбиљних проблема. Наиме теоријски прорачуната очекивана вредност космолошке константе је 124 редова величине већа од детектоване вредности, што се сматра најгором предикцијом икад направљеном у физици. Тренутно се велика пажња поклања проналажењу задовољавајућег решења проблема космолошке константе. Пошто се наши постојећи прорачуни врло грубо не слажу са експериментом, изгледа да су нам преко

потребне неке радикално нове идеје.



Слика 4

Светла тачка у доњем левом углу је супернова. То је силовита експлозија звезде при крају њеног животних циклуса. Проучавањем удаљених супернови открили смо да се експанзија свемира убрзава, уместо да се успорава.

#### 4. Закључак

У последњих стотину година од када је формулисана Општа теорија релативности, космологија је из филозофије прерасла у праву науку подржану експерименталним подацима. Са доста сигурности можемо да тврдимо да се Велики прасак заиста догодио, знамо врло прецизан састав нашег универзума (5 процената обичне материје, 23 процента тамане материје и 72 процента тамне енергије). По први пут у историји можемо да кажемо да смо формулисали Стандардни модел космологије. Међутим, што се тиче тамане материје и тамне енергије, изгледа да смо само дали имена стварима које уопште не разумемо. Надамо се да ће до тренутка кад будемо славили 200 година од формулисања Опште теорије релативности сви ти заостали проблеми бити решени.

# Општа теорија релативности и Интерстелар: на граници науке и научне фантастике

Марија Димитријевић Ћирић

Универзитет у Београду  
Физички факултет  
мејл: DMARIJA@IPB.AC.RS

100 година опште теорије релативности 2015.  
6:57–66

## Кључни појмови

Интерстелар, просторно-временски дијаграми, црна рупа, хоризонт догађаја, сингуларност

## Резиме

Филм Интестелар су жељно ишчекивали како љубитељи филма, тако и познаваоци Опште теорије релативности, научници и лаици. По изласку из биоскопа неки су били одушевљени, неки су били разочарани, али је равнодушних било мало. Ми ћемо у овом раду размотрити неке догађаје у филму Интерстелар и дати њихово тумачење у оквиру Опште теорије релативности. Прво ћемо размотрити пренос информација у простору Минковског, а затим и у Шварцшилдовој метрици; у простор-времену сферно-симетричне неротирајуће црне рупе, далеке рођаке црне рупе Гаргантua из филма. Видећемо како долази до успоравања времена у близини хоризонта догађаја црне рупе. Затим ћемо дискутовати унутрашњост црне рупе, то јест простор-време испод хоризонта догађаја, сингуларности, као и могућност кретања уназад у времену. На крају ћемо закључке проширити и на простор-време ротирајуће црне рупе, најближе рођаке црне рупе Гаргантua.

Иако се очекивало да трећи део епског серијала Хобит, Битка пет армија, буде новогодишњи и божићни филмски специјалитет на крају 2014. године, многи ће се сложити да је филм Интерстелар преузео ову улогу. Занимљив подједнако лаицима и научницима, овај филм је убрзо постао један од најгледанијих филмова 2014. године. Филм је режирао Кристофер Нолан (Christopher Nolan), познат по Престижу, Почетку (Inception) и серијалу филмова о Бетмену, а по сценарију Џонатана Нолана (Jonathan Nolan). У Интерстелару група астронаута путује свемиром у потрази за новом планетом на којој би људи могли да живе, јер на Земљи има све мање услова за живот. На свом путовању, астронаути се сусрећу са објектима и појавама као што су црвоточине, црне рупе, успоравање времена, квантна гравитација. Сви ови појмови су се много пута појављивали у научно-фантастичним (СФ) књигама, филмовима и серијама.

Оно што Интерстелар разликује од свих "претходника" у СФ жанру, је његова научна основа. Наиме, као стручни консултант за филм ангажован је познати астрофизичар Кип Торн (Kip Thorne) са Универзитета у Калифонији (Caltech). Његово ангажовање је резултовало филмом који смо сви ми, стручњаци и лаици, жељно ишчекивали. Филм је углавном добио добре критике и свакако је поставио високе стандарде за специјалне ефекте везане за приказивање свемира и објеката у њему. Колики је утицај овог филма на научну заједницу се може проценити на основу чињенице да су у међувремену на основу филма објављено више научних радова [1, 2], једна књига [3], а о блогovima на интернету и семинарима студената да и не говоримо. Ми ћемо у овом раду прокоментарисати неке догађаје из филма и дискутовати њихово научно оправдање користећи Општу теорију релативности.

## 1. ПРЕДВИЂАЊА ОПШТЕ ТЕОРИЈЕ РЕЛАТИВНОСТИ

Па да почнемо...У раду Бранислава Цветковића описана је Општа теорија релативности (ОТР): основне идеје, предвиђања и последице. Видели смо да расподела материје и енергије генерише гравитационо поље, а оно заузврат дефинише особине простор-времена, то јест његову "закривљеност". Све се ово описује Ајнштајновим једначинама. Упркос чињеници да се Ајнштајнове једначине тешко решавају, до данас је пронађено више различитих решења [4]. Нас ће у овом раду нарочито занимати решења која описују црне рупе: статичке и ротирајуће, као и решења која описују црвоточине.

Простор-време статичке, сферно-симетричне црне рупе описано је Шварцшилдовим (Schwarzschild) решењем. Ова црна рупа је далека рођака Гаргантје, црне рупе која се појављује у Интерстелару. Нешто ближе Гаргантуина рођака је ротирајућа, Керова (Kerr) црна рупа, решење Ајнштајнових једначина са аксијалном симетријом. Осим ових, постоје и друга решења Ајнштајнових једначина која описују наелектрисане црне рупе, црне рупе у три, пет и више димензија. Оно што је заједничко за сва ова решења је постојање сингуларности. То су тачке или области у којима је закривљеност простор-времена бесконачна, то јест јачина гравитационог поља је бесконачна. У тим тачкама (областима) нама познати закони физике престају да важе. Другим речима, то је област важења квантне гравитације, теорије која описује гравитациону интеракцију на врло малим растојањима и врло високим енергијама и коју још увек не познајемо. Може се рећи да је Њутнова теорија гравитације рођака ОТР са нерелативистичке стране, док је квантна гравитација рођака ОТР са квантне стране.

Колико год да су сингуларности узнемиравајуће, у случају црних рупа њих од нашег погледа сакрива хоризонт догађаја. Хоризонт догађаја је област (површ) око сингуларности са особинама полупропусне мембране. Материја која упада у црну рупу и једном пређе хоризонт догађаја више не може да се врати назад, већ наставља пут ка сингуларности у центру црне рупе. То значи да посматрач који је далеко од хоризонта догађаја никада неће добити информацију



о томе шта се дешава испод хоризонта, па самим тим неће никада видети сингуларност, што је, морате признати, срећна околност. Такође, овом удаљеном посматрачу изгледа да материја која упада у црну рупу никада и не пређе хоризонт догађаја и да до самог хоризонта путује бесконачно дуго времена. Светлосни сигнали које би слао одашиљач који упада у црну рупу би долазили до нашег удаљеног посматрача све ређе (требало би им све више времена да пређу пут) и истовремено би се њихова таласна дужина повећавала, то јест били би црвено помакнути. О понашању светлосних сигнала и преносу информација у простор-времену црне рупе ће бити више речи у Поглављу 3. У Поглављу 2 ћемо рамотрити пренос информација, појмове "будућност" и "прошлост", светлосне конусе и просторно-временске дијаграме у простору Минковског. Простор Минковског је решење Ајнштајнових једначина у случају вакуума, то јест одсуства извора гравитационог поља (материје). То је равно простор-време и оно добро описује простор у коме ми живимо. У нашем простор-времену гравитационо поље постоји, али је оно слабо и за анализу неких физичких проблема се може потпуно занемарити.

ОТР такође предвиђа и црвоточине као решење Ајнштајнових једначина. Црвоточине су решења која повезују два удаљена дела Свемира (или два различита свемира). Проблем са овим решењима (која су врло zgodna за разна путовања и истрживања Свемира и омиљена су у СФ серијама и филмовима) је што њих не генерише "обична" материја, већ материја са антигравитационим својством<sup>1</sup> [5]. Како оваква врста материје још увек није пронађена, то није могуће конструисати стабилну црвоточину. Да ли ће се то у будућности променити и какав је значај квантне теорије гравитације за овај проблем, остаје да се види. Због свега овога је стабилна црвоточина у Интерстелару тачно на граници ОТР и СФ-а.

Шта се онда из Интерстелара налази са страни СФ-а? Шта је са екстра димезијама, тесерактом, квантном гравитацијом и бићима која се у филму називају "Они"? Пар речи о свима њима ћемо рећи у Закључку овог рада.

---

црвоточина

---

## 2. ПРЕНОШЕЊЕ ИНФОРМАЦИЈА У ПРОСТОР-ВРЕМЕНУ МИНКОВСКОГ

Њутнова механика добро описује скоро све појаве у свакодневном животу. Ми смо навикнути да простор у коме живимо замишљамо као тродимензиони еуклидски простор у коме важе познате нам математичке аксиоме. Време најчешће доживљавамо као одвојен појам и као нешто на шта не можемо да утичемо (мада врло често пожељимо да вратимо сат уназад). Специјална теорија релативности (СТР) је променила наше схватање простора и времена и ујединила ова два појма у појам простор-времена. Овај четвородимензиони простор специјалне теорије релативности се назива простор Минковског. Једна тачка у простору Минковског представља догађај: она дефинише тренутак у времену и координате у простору, то јест одређује када и где се нешто десило. Простор Минковског и догађаји у њему се представљају на просторно-временским дијаграмима. Прави просторно-временски дијаграм би требало да буде четвородимензион. Како ми не умемо да цртамо у четири димензије, ми ово поједностављујемо тако што занемаримо две просторне димезије, па цртамо просторно-временски дијаграм са две координате: временском и једном просторном, Слика 1.

Једна од необичних особина простора Минковског, то јест последица СТР, је чињеница да растојања између тачака (догађаја) и дужине вектора у овом простору не морају да буду позитивни. Интервал догађаја, квадрат растојања између два блиска догађаја  $A$  са координатама

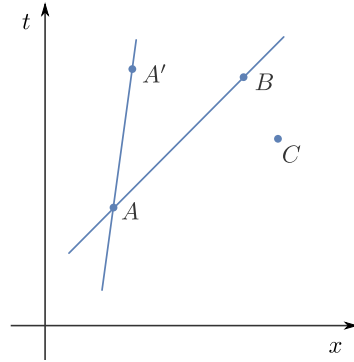
---

СТР: Специјална теорија релативности простор Минковског, просторно-временски дијаграм

---

---

<sup>1</sup>Заправо је мало компликованије: "обична" материја може да генерише и црвоточине, али су оне динамичке, нестабилне, брзо колапсирају, па су тиме непогодне за путовања по Свемиру.



Слика 1

Просторно-временском дијаграм: догађаји и трајекторије у простору Минковског

$(t, x, y, z)$  и  $A'$  са координатама  $(t + dt, x + dx, y + dy, z + dz)$  је задато са

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (1)$$

Ова величина може бити позитивна, једнака нули и негативна. Ако је растојање између два догађаја негативно, кажемо да су они раздвојени интервалом временског типа. Такви су догађаји  $A$  и  $A'$  на слици 1. Ако је растојање између два догађаја једнако нули, онда су они раздвојени интервалом светлосног типа, догађаји  $A$  и  $B$  на Слици 1. Коначно, ако је растојање између догађаја позитивно, кажемо да су они раздвојени интервалом просторног типа, догађаји  $A$  и  $C$  на Слици 1.

Пре него што наставимо даље, приметимо да смо у изразу (1) сабрали величину  $dt^2$  која има димензију  $[s^2]$  са величинама  $dx^2$ ,  $dy^2$  и  $dz^2$  које имају димензију  $[m^2]$ . Ова привидна неусаглашеност је последица конвенције која се врло често користи у физици: брзина светлости се изједначава са 1,  $c = 1$ . То онда омогућава да се растојања изражавају у временским јединицама, као што су светлосна секунда и светлосна година. Кажемо на пример да је галаксија Андромеда удаљена од нас 2500000 светлосних година. Приметимо још да ако је брзина светлости  $c = 1$ , онда је брзина било које масене честице  $v < 1$ .

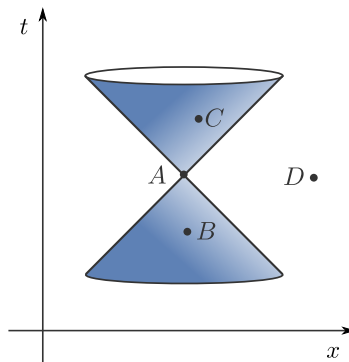
Знамо да је брзина светлости у вакууму највећа брзина која може да се достигне. Брзином светлости се крећу само безмасене честице, фотони на пример, док се све масене честице крећу брзинама које су мање од брзине светлости. На просторно-временском дијаграму трајекторија светлости (или безмасене честице) је права линија са нагибом од 45 степени. Трајекторије масених честица на које не делују силе су такође праве линије, али је њихов нагиб увек већи од 45 степени<sup>2</sup>, Слика 1. Права линија са нагибом мањим од 45 степени би била трајекторија честице која се креће брзином већом од брзине светлости, дакле нереалистична трајекторија.

СТР је променила и наше разумевање прошлости и будућности. Да бисмо ове појмове дефинисали, морамо да дефинишемо светлосни конус. Уочимо догађај  $A$  на Слици 2 и нацртајмо трајекторије светлосних зрака који се секу у  $A$ . Ови светлосни зраци дефинишу светлосни конус. Горња половина светлосног конуса представља будућност догађаја  $A$ . То су сви они догађаји (тачке) којима  $A$  може да пошаље информацију о свом "постојању". Пошто ништа не може да се креће брже од светлости, то  $A$  не може да пошаље информацију трајекторијом која би била изван светлосног конуса. Доња половина светлосног конуса представља прошлост догађаја  $A$ . То је скуп свих тачака које могу да пошаљу информацију у  $A$ , то јест то су сви догађаји које види

<sup>2</sup>Ово се једноставно добија из једначине трајекторије светлости  $x = t$  и произвољне масене честице  $x = vt$ ,  $v < 1$ .

Слика 2

Просторно-временском дијаграм: светлосни конус, прошлост и будућност



посматрач у  $A$  тачки. Дакле, да бисмо могли да кажемо да неки посматрач у  $A$  види догађај у некој другој тачки простор-времена, неопходно је да информација о том догађају стигне до посматрача у  $A$ . Како је највећа могућа брзина кретања брзина светлости, то сви догађаји које посматрач види леже унутар његовог светлосног конуса. Што значи да постоје догађаји у прошлости које овај посматрач не може да види. На Слици 2, посматрач у  $A$  види догађај у  $B$ , али не може да види догађај у  $C$  и у  $D$ . Са друге стране, посматрач у  $C$  може да види догађаје у  $A$  и у  $B$ , јер сигнал послат из  $A$  и из  $B$  може да стигне до њега. Догађај у  $D$  не могу да виде ни посматрач у  $A$  нити посматрач у  $C$ .

Све ово је јако битно када се у причу умета и гравитација. Она додатно "закомпликује" прошлост, садашњост и будућност, јер искриви простор-време, па тиме и светлосне конусе.

светлосни конус,  
прошлост, будућност

### 3. ШВАРЦШИЛДОВА МЕТРИКА: НЕРОТИРАЈУЋА ЦРНА РУПА

Годину дана по објављивању рада са формулацијом Опште теорије релативност, Карл Шварцшилд (Karl Schwarzschild) објављује рад у коме описује једно решење Ајнштајнових једначина. Његово решење представља простор-време које генерише тачкаста маса  $M$  која се налази у координатном почетку. Решење је сферно-симетрично, па се може користити и за опис простора ван сферно-симетричних планета, звезда и других астрофизичких објеката. У раду Душка Латаса је детаљно описано како се, користећи ово решење, може доћи до експерименталних потврда ОТР.

Напишимо интервал догађаја за Шварцшилдово решење

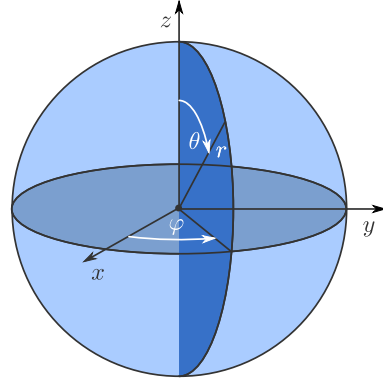
$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2MG}{r}\right)dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{2MG}{r}}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin\theta d\varphi^2). \quad (2)$$

Овде је  $M$  маса извора који је у координатном почетку, или маса сферно-симетричног објекта (звезде, планете). У овом другом случају, решење (2) описује простор-време изван објекта. Просторне координате су написане у сферном координатном систему,  $r$  је растојање од координатног почетка, а  $\theta$  и  $\varphi$  су углови, видети Слика 3.

Анализирајмо мало ово решење. Приметимо да ако  $r \rightarrow \infty$ , то јест, врло далеко од извора масе  $M$ , решење (2) постаје приближно једнако решењу за простор Минковског (1). То значи да је врло далеко од извора простор-време равно. У тој далекој области ће важити све што смо у претходном поглављу рекли за простор Минковског.

Величина  $2MG$  се назива Шварцшилдов радијус. Примећујемо да, када смо на растојању  $r = 2MG$ , интервал догађаја (растојање између две блиске тачке) постаје бесконачан. Ово је

Шварцшилдов радијус



Слика 3

Сферни координатни систем.

знак да се на тој површи дешава нешто занимљиво. Помислили бисмо можда је  $r = 2MG$  она сингуларност коју смо помињали на почетку рада. Међутим, може се показати да је закривљење простора у  $r = 2MG$  коначно а не бесконачно, па та површ није права сингуларност, већ координатна сингуларност. Ако бисмо изабрали координатни систем на други начин, ова сингуларност се не би видела [4], због тога се и назива координатна сингуларност<sup>3</sup>.

Где је онда права сингуларност Шварцшилдовога решења? Може се показати да у тачки  $r = 0$  закривљеност Шварцшилдовога простор-времена постаје бесконачна (јачина гравитационог поља постаје бесконачна), што је знак да је  $r = 0$  права сингуларност. Њено постојање се не може отклонити променом координатног система, а њено пуно разумевање могуће је само у теорији квантне гравитације. На почетку рада смо рекли да овакве сингуларност не треба да нас плаше, јер их ми заправо и не видимо јер их од нас заклања хоризонт догађаја. Хоризонт догађаја је за Шварцшилдово решење, већ погађате,  $r = 2MG$ .

### 3.1. Изнад хоризонта догађаја

Размотримо сада шта се дешава ”изнад” хоризонта догађаја. Нацртајмо светлосне конусе почев од великог  $r$ , па до  $r = 2MG$ , Слика 4. Примећујемо да је кад је  $r$  врло велико светлосни конус истог облика као и у простору Минковског; будућност, прошлост и садашњост су исте као и у равном простору. Како се приближавамо  $r = 2MG$  то се светлосни конуси скупљају, да би се у  $r = 2MG$  потпуно скупили. Шта ово значи? Рекли смо да горња половина светлосног конуса у некој тачки  $A$  дефинише будућност, то јест све тачке којима посматрач у тачки  $A$  може да пошаље информацију. Замислимо сада два истраживача  $P$  и  $Q$  који се налазе далеко од хоризонта догађаја. Сваки од њих има ручни сат и сатови показују исто време. Нека се  $Q$  запути ка  $r = 2MG$ <sup>4</sup>. На свом путу он сваке секунде (по часовнику који има на руци) шаље

<sup>3</sup>Координатна сингуларност није егзотичан појам. Она се појави и када тродимензиони еуклидски простор напишемо у сферним координатама

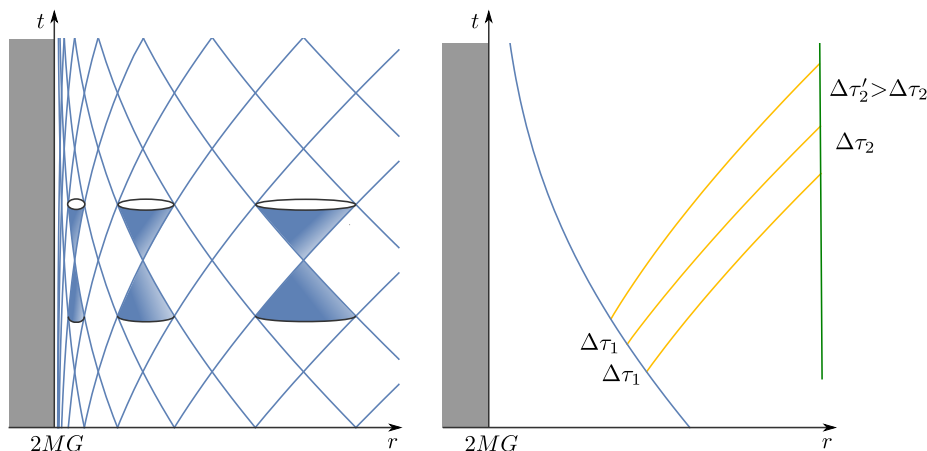
$$\begin{aligned} ds^2 &= dx^2 + dy^2 + dz^2 \\ &= dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \end{aligned}$$

Сингуларност је у тачки  $r = 0$ , јер та тачка одговара свим угловима од  $\varphi = 0$  до  $\varphi = 2\pi$  и свим угловима  $\theta = 0$  до  $\theta = \pi$ .

<sup>4</sup>Кажемо да  $Q$  радијално упада у црну рупу: дуж његове трајекторије, координате  $\theta$  и  $\varphi$  се не мењају, док се  $r$  смањује. На њега делује само гравитациона сила, то јест он се слободно креће у гравитационом пољу

светлосни сигнал колеги  $P$  који је остао у  $r$  јако велико. У почетку ће сигнали заиста долазити до истраживача  $P$  сваке секунде. Међутим, после неког времена,  $P$  примећује да сигнали почињу да касне, то јест уместо да стижу сваке секунде, они долазе у све већем временском размаку. Уз то, њихова фреквенца постаје све мања, то јест  $P$  примећује црвени помак сигнала. Како се  $Q$  приближава  $r = 2MG$ , то сигнали све ређе стижу до  $P$  и црвени помак је све већи. Тренутак проласка  $Q$  кроз  $r = 2MG$  и сигнал послат тада, истраживач  $P$  никада неће видети, јер том сигналу треба бесконачно времена да дође до истраживача  $P$  (светлосни конус у  $r = 2MG$  је потпуно затворен), а уз то ће и његова фреквенца бити бесконачно црвено помакнута. Све ово се види са доњег дела Сlike 4.

”успорење” времена



Слика 4

Просторно-временски дијаграм у Шварцшилдовом простор-времену: светлосни конуси, ”успорење” времена

Управо ова појава доводи до драматичних догађаја у филму *Интерстелар*. Истраживачу  $P$  у филму одговарају људи на Земљи, док је истраживач  $Q$  свемирски брод и астронаути у њему. У једном делу филма, свемирски брод се налази врло близу црне рупе Гаргантуа, а ипак изнад њеног хоризонта догађаја. Због тога време у њему протиче спорије него на Земљи<sup>5</sup>. Битно је нагласити да се ова разлика у времену види тек када сигнал истраживача  $Q$  (из свемирског брода) стигне до истраживача  $P$  (на Земљу), то јест када они имају могућности да упореде сигнале. Ако та могућност не постоји, онда ни  $P$  нити  $Q$  неће видети ништа необично. Њихово сопствено време тече како су и навикли. Наравно, у обзир треба узети и црвени помак који изобличава сигнал. У филму то изобличење није поменуто, али се може претпоставити да можда у свемирском броду постоји механизам који прерачуна величину црвеног помака и некако ”ресетује” сигнал, то јест поништи изобличење.

(закривљеном простор-времену).

<sup>5</sup>Ово успорење у филму је намерно наглашено, да би се добило на драматичности. Да би се у природи остварило толико успорење, црна рупа мора да ротира врло великом брзином, приближно једнакој брзини светлости.

### 3.2. Испод хоризонта догађаја

Шта се заиста дешава када се једном пређе хоризонт догађаја и настави путовање ка центру црне рупе? Шта смо могли да очекујемо да се деси када су астронаут Купер (Cooper) и робот Тарс (Tars) кренули да упадају у црну рупу?

Да бисмо разумели неке основне ствари, морамо да се мало поиграмо координатним системима. Већ смо рекли да координатни систем у (2) није добар за опис реалности када се једном пређе хоризонт догађаја. Заправо, координата  $t$  није ”добра” координата за описивање времена на хоризонту догађаја и испод њега. Треба дакле променити координатни систем и прилагодити га посматрачу који упада у црну рупу<sup>6</sup>.

Размотримо други координатни систем, у коме је временска координата  $t$  замењена другом боље прилагођеном координатом  $v$ . У новом координатном систему интервал догађаја је

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2MG}{r}\right)dv^2 + 2dvdr + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (3)$$

Светлосни конуси у овом координатном систему су представљени на Слици 5. Анализирајмо њихово понашање мало детаљније. Када је  $Q$ , истраживач који упада у црну рупу, далеко од хоризонта догађаја, његов светлосни конус је довољно раширен тако да он може да шаље информације колеги  $P$  који остаје далеко од црне рупе. Приближавање хоризонту догађаја доводи до сужавања светлосног конуса, али и до његовог кривљења. На самом хоризонту догађаја, светлосни конус остаје раширен, али се толико искривио да никакав сигнал послат из те тачке не може да дође до истраживача  $P$ . То јест, не постоји могућност слања сигнала у тачке које се налазе на  $r > 2MG$ . Када посматрач пређе хоризонт догађаја његов светлосни конус наставља да се скупља и потпуно колапсира у центру црне рупе, у  $r = 0$ . Анализирајући могуће трајекторије истраживача  $Q$  испод хоризонта, примећујемо да он заправо може да се креће само ка мањем  $r$ , чак не може ни да се заустави и борави на фиксираним растојању  $r$ . У жаргону се често каже да испод хоризонта догађаја, просторна и временска координата мењају улоге. Као што ми не можемо да зауставимо време, или да се вратимо уназад у времену, то јест неизбежно старимо, тако посматрач испод хоризонта не може спречи кретање ка мањем  $r$ , то јест упадање у сингуларност.

Дакле, судбина истраживача који једном пређе хоризонт догађаја није баш оптимистична. Чак и да преживи ефекте јаког гравитационог поља, не може избећи упадање у сингуларност. А шта се тамо дешава, ми не знамо. Ефекти квантне гравитације почињу да буду значајни, па да бисмо схватили судбину упадајућег посматрача морамо да познајемо теорију квантне гравитације. Коју још увек не знамо...Више о квантној гравитацији речено је у раду Воје Радовановића.

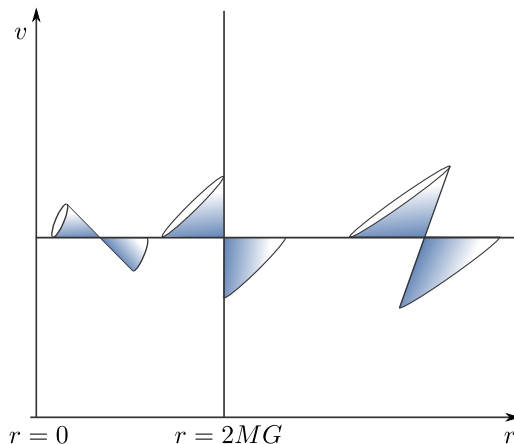
### 3.3. Ротирајућа црна рупа

Наравно, све ово до сада се односило на најпростију црну рупу, ону која је сферно-симетрична и неротирајућа. У случају ротирајуће црне рупе, ствари постају још компликованије. Ми нећемо анализирати детаљно ове разлике. Већина појава које смо сусрели код неротирајуће

<sup>6</sup>Шта ”види” истраживач  $Q$  када једном пређе хоризонт догађаја? На почетку, ништа спектакуларно. Међутим, како се приближава центру црне рупе, гравитационо поље постаје све јаче и на њега почињу да делују незанемарљиве ”плимске силе”. Оне га развлаче и спљескавају и он постаје све више налик на шпагете. На крају су те силе толико велике да се посматрач прекине. Заправо се и атоми од којих је он саграђен покидају у неком каснијем тренутку. Шта се затим дешава остаје у домену квантне теорије гравитације, дакле још увек нама непознато.

Слика 5

Просторно-временски дијаграм у Шварцшилдовом простор-времену: упадање у сингуларност



црне рупе остаје да важи. Међутим, уместо једног, постоје два хоризонта догађаја, спољашњи и унутрашњи. Сингуларност ротирајуће црне рупе је мало другачија. Уз то се у филму помињу и "благе" сингуларности, које су откривене у скорашњим научним радовима. Те сингуларности потичу од материје која упада у црну рупу пре или после нашег истраживача  $Q$ , то јест астронаута Купера. Њихове "плимске силе" имају мање ефекта на упадајућег посматрача, он се "коначно много" истегне и спљеска, па постоји могућност да преживи упадање у такву сингуларност. У филму Купер пролази баш кроз једну такву сингуларност. И ту се сусреће са пет димензија, тесерактом, "Њима" и свим осталим стварима које спадају у (научну) фантастику.

благе сингуларности

#### 4. ЕКСТРА ДИМЕНЗИЈЕ, КВАНТНА ГРАВИТАЦИЈА, ОНИ,...

Шта се из Интерстелара налази са страни СФ-а? Најближе граници су свакако екстра димензије. Идеја да наше простор-време има више од четири димензије (једну временску и три просторне) се одавно појавила у науци, већ двадесетих година прошлог века, убрзо по објављивању Ајнштајновог рада о ОТР. Додатне димензије могу бити мале или велике, компактне (круг) или некомпактне (права); има пуно научних радова на ову тему. Ипак, експериментални доказ о постојању екстра димензија још увек не постоји.

екстра димензије

Нешто даље од наше замишљене границе стоји путовање уназад у времену. Постоје решења Ајнштајнових једначина која предвиђају постојање затворених временских кривих. Затворене временске криве су као кретање по кругу: вратите се у тачку из које сте кренули. Једино што то није тачка у простору, већ тренутак у времену, па бисте тако могли да се вратите у било који део ваше прошлости. Што може имати врло лоше последице по вас у будућности. Због тога се овакава решења сматрају нефизичким и обично се не узимају у разматрање.

уназад у времену

На крају, најудаљенији од границе су свакако тесеракт и "Они" који су тај тесеракт направили. Ко је као дете читао књигу Вихор пред вратима од Мадлен Ленгл (Madeleine L'Engle), сетиће се "тесеракта" и "тесеровања" кроз које су јунаци те књиге морали да прођу да би спасили Земљу и читав Свемир од пропасти. Да ли ће нам закони квантне гравитације помоћи да конструишемо тесеракт као објекат за путовање по простору и времену и да ли постоје "Они" и ко су то "Они", остаје ван домашаја Опште теорије релативности. Али свакако не ван домашаја маште, а можда и будуће науке.



## ДОДАТНА ЛИТЕРАТУРА

1. O. James, E. Tunzelmann, P. Franklin and K. S. Thorne, "Gravitational Lensing by Spinning Black Holes in Astrophysics, and in the Movie Interstellar", Class. Quant. Grav. 32 (2015) 6, 065001.
2. O. James, E. Tunzelmann, P. Franklin and K. S. Thorne, "Visualizing Interstellar's Wormhole", arXiv:1502.03809[gr-qc].
3. K. S. Thorne, "The Science of Interstellar", W. W. Norton & Company, New York, London (2014).
4. C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A. Wheeler, "Gravitation", W. H. Freeman, San Francisco (1973).
5. M. S. Morris and K. S. Thorne, "Wormholes in space-time and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity", Am. J. Phys. 56 (1988) 395-412.

# Квантна гравитација

Воја Радовановић

Универзитет у Београду  
Физички факултет  
мејл: RVOJA@IPB.AC.RS

100 година опште теорије релативности 2015.  
7:67–72

## Кључни појмови

Квантна гравитација, црне рупе

## Резиме

Две најзначајније теорије модерне физике су теорија релативности и квантна теорија. Ове две теорије као да нису компатибилне. Дути низ година уједињење ове две теорије, односно квантовање гравитационе интеракције представља један од основних проблема теоријске физике. У овом раду биће изложене основне идеје и проблеми који се јављају при квантовању гравитације.

## 1. Ајнштајнове једначине и црне рупе

У предавањима Милутина Благојевића и Бранислава Цветковића изложене су основе Опште теорије релативности (ОТР). Сада ћемо укратко поновити само неке елементе опште релативности. Ајнштајнове једначине су динамичке једначине за метрику простор-времена

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \frac{\Lambda}{c^2}g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (1)$$

где је  $G$  Њутнова константа. На десној страни Ајнштајнове једначине је величина  $T_{\mu\nu}$  која се назива тензором енергије-импулса. Она описује материју. Са леве стране једнакости су геометријске величине: Ричијев тензор кривине и скаларна кривина. Ајнштајнове једначине говоре о томе како материја криви простор и како тај исти простор утиче на кретање материје. Можда је најбоље да цитирамо Џона Вилера који је рекао да материја каже простор-времену како да се закриви, а простор-време материји како да се креће. Величина  $\Lambda$  је космолошка константа.

Годину дана након што је Ајнштајн публиковао рад о ОТР, Шварцшилд је нашао вакуумско решење Ајнштајнових једначина. То решење описује простор-време око тачкасте масе  $m$  која се налази у координатном почетку. Шварцшилдова метрика је дата са

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Gm}{rc^2}\right)dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{2Gm}{rc^2}}dr^2 + r^2d\Omega. \quad (2)$$

Метрички коефицијенти у претходном изразу имају две врсте сингуларности. Прва сингуларност је за  $r = 2Gm$  а друга у  $r = 0$ . Ова две сингуларности су потпуно различитог карактера. Сингуларност,  $r = 2Gm$  је тзв. координатна сингуларност. Преласком на нове координате она може бити уклоњена. Радијус  $r = 2Gm$  је познат као Шварцшилдов радијус, а сфера чији је полупречник Шварцшилдов радијус је хоризонт догађаја. Други тип сингуларности је везан за стварну сингуларност простор-времена. Риманов тензор мери кривину простора, али је он координатно зависан. Зато се разматрају скаларне величине, нпр. квадрат Римановог тензора. Може се показати да је за решење (2) квадрат Римановог тензора дат са

$$R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{48m^2}{r^6}. \quad (3)$$

То показује да је  $r = 0$  права сингуларност простор-времена, која не може бити отклоњена координатном трансформацијом. У координатном почетку дивергира кривина простор-времена. Занимљиво је анализирати кретање честица у Шварцшилдовом простор-времену. На хоризонту догађаја време  $t$  и просторне координате мењају улоге. Без обзира на почетне услове, честице не могу да напусте област  $r < 2Gm$ . Другим речима, честице су заробљене унутар ове области. Решења која поседују ово својство називају се црним рупама. Звезда која се смањи испод свог Шварцшилдовог радијуса неповратно колапсира и сажима се у тачку. Та тачка је сингуларна, у њој су кривина, густина енергије и притисак бесконачни. Хоризонт догађаја у димензијама масе Сунца,  $m_s$ , је

$$r_h = \frac{2Gm}{c^2} = 3\frac{m}{m_s}\text{km}.$$

Шварцшилдов радијус за наше Сунце је 3km, а за Земљу је 1cm.

Шварцшилдово решење је најпростија црна рупа. Њена геометрија је као што смо видели одређена масом црне рупе. Касније су нађена и друга решења Ајнштајнових једначина која су црне рупе. Испоставља се да је црна рупа одређена са највише три параметра: масом, наелектрисањем и угловним моментом. Данас постоје јасне астрофизичке опсервације које потврђују постојање црних рупа у свемиру.

## 2. Проблеми Опште теорије релативности

Ајнштајнова општа релативност је класична теорија гравитационог поља, и потврђена је у многим експериментима. Због појаве сингуларности сама ОТР указује на своју неконзистентност. Општа релативност се сусреће са проблемима на малим и великим растојањима. Ако претпоставимо да је материја у Свемиру стандардна и да је његова еволуција описана Ајнштајновим једначинама, онда би се Свемир ширио и то успорено. Међутим, скорашњи космолошки резултати дају чврст доказ да се наш Свемир шири убрзано, а не успорено. Ова несагласност сугерише нам да поред тзв. стандардне материје постоји и тзв. тамна материја и тамна енергија. Тамна енергија је узрок антигравитационог убрзања Свемира. Више детаља чућете у предавању Дејана Стојковића.

Гравитација, поред електромагнетне, слабе и јаке интеракције представља фундаменталну силу у природи. Електромагнетизам, слабе и јаке интеракције су уједињене у оквиру тзв. Стандардног модела. На вишим енергијама, тј. малим растојањима јављају се квантни ефекти. Нпр. ако описујемо зрачење антене или хоћемо да разумемо зашто индекс преламања средине зависи од фреквенце таласа довољно је да применимо Максвелове једначине, тј. класичну физику. Али ако разматрамо расејање фотона импулса  $\hbar\omega/c$  на електрону чији је импулс реда величине  $mc$  морамо применити квантну електродинамику, најједноставнију квантну теорију поља. Дакле, електромагнетно поље и електроне морамо квантовати. Процедура како се од класичне теорије добија њена квантна верзија је добро позната. За електромагнетну, слабу и јаку интеракцију она даје добру, конзистентну квантну теорију. Предвиђања ове теорије су потврђене експериментално.

Ако истом процедуром квантујемо гравитацију, тј. општу релативност, добићемо теорију која има техничке и концептуалне проблеме. У квантној теорији поља се рачунају вероватноће за процесе помоћу Фајнманових дијаграма. Дијаграми вишег реда уместо да буду све мањи и мањи су бесконачни. Модел са бесконачностима је нефизички, јер нам не даје предикције. На срећу постоји јасно дефинисана процедура која се назива ренормализација и која нам помаже да уклонимо бесконачности из модела. Бесконачности се апсорбују у параметре теорије, као што су константе интеракције, масе честица. Међутим, оно што функционише за три интеракције, не помаже код гравитације. Бесконачности стално остају, једне уклоните а друге се појаве. Дакле, квантна гравитација је неренормализабилна теорија, а то значи да није добро заснована и да је некоректна.

Зашто нам треба квантна гравитација? Један аргумент, а то је уједињење са другим интеракцијама већ смо споменули. Стандардни модел је квантна теорија поља која не укључује гравитацију. Очекујемо да би са квантовањем гравитације многа отворена питања Стандардног модела добила одговоре. Друга мотивација потиче из космологије и црних рупа. Фундаментално разумевање еволуције Свемира у почетку Великог праска, као и испаравање црних рупа у финалној фази захтева квантну гравитацију. Без ње се ови процеси не могу разумети.

Релевантна скала на којој се јављају ефекти квантне гравитације је Планкова скала. Она је настала комбинацијом три константе: Планкове константе  $\hbar$ , брзине светлости,  $c$  и Њутнове константе,  $G$ . Планково растојање, маса, време и енергија су да са

$$l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,62 \cdot 10^{-33} \text{ cm},$$

$$m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,18 \cdot 10^{-5} \text{ g},$$

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5.39 \cdot 10^{-44} \text{s},$$

$$E_p = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1.22 \cdot 10^{19} \text{GeV}.$$

Да бисмо видели ефекте квантне гравитације Планкова енергија мора да буде сконцентрисана у области чије су димензије реда Планкове дужине.

### 3. Квантне црне рупе

Рекли смо да су црне рупе објекти које ништа, па ни светлост не могу да напусте. Овај закључак је добијен у оквиру Опште релативности, не узимајући у обзир квантне ефекте. Хокинг је 1976. године показао да црне рупе нису стварно црне, тј. да могу да емитују честице. Емисија честица се назива испаравањем црних рупа или Хокинговим ефектом. Хокингово извођење је семикласично. Он је честице разматрао као квантне објекте, док је гравитационо поље класично, тј. описано Ајнштајновим једначинама.

Нека је  $\phi$  безмасено скаларно квантно поље задато на кривом простор-времену. Развој овог поља по модовима је дат са

$$\phi(x) = \int d^3k \left( a(k)u(k) + a^\dagger(k)u^*(k) \right),$$

где су  $u(k)$  ортонормирани модови, а  $a(k)$  и  $a^\dagger(k)$  анихилациони и креациони оператори. Они задовољавају стандарне бозонске комутационе релације:

$$[a(k), a^\dagger(q)] = \delta_{kq}, \quad (4)$$

$$[a(k), a(q)] = 0, \quad (5)$$

$$[a^\dagger(k), a^\dagger(q)] = 0. \quad (6)$$

Вакуум,  $|0, x\rangle$  је дефинисан са  $a(k)|0, x\rangle = 0$ . Деловањем са креационим операторима на вакуум креирају се вишечестична стања. Ако уместо  $x$  координата користимо друге,  $y$  координате, онда скаларно поље можемо изразити преко нових мода и опертора

$$\phi(y) = \int d^3k \left( b(k)v(k) + b^\dagger(k)v^*(k) \right).$$

Комутационе релације су сада

$$[b(k), b^\dagger(q)] = \delta_{kq}, \quad (7)$$

$$[b(k), b(q)] = 0, \quad (8)$$

$$[b^\dagger(k), b^\dagger(q)] = 0. \quad (9)$$

Нови вакуум је  $|0, y\rangle$  и ова два вакуума нису иста, тј.  $|0, x\rangle \neq |0, y\rangle$ . То значи да два посматрача која користе различите координате, не дају исти одговор на питање да ли су присутне честице или не. За једног може да нема честица, а други то исто квантно стање види као скуп честица. Оператори  $b(k)$  се могу развити по  $a(k)$  операторима:

$$b(k) = \int d^3q \left( \alpha_{kq}a(q) + \beta_{kq}a^\dagger(q) \right),$$

где су  $\alpha_{kq}$  и  $\beta_{kq}$  Богољубовљеви коефицијенти. Број  $a(k)$  кваната у вакууму  $|0, x\rangle$  је нула,

$$\langle 0, x | a^\dagger(k) a(k) | 0, x \rangle = 0$$

Међутим, број  $b(k)$  честица у истом вакууму је дат са

$$\langle 0, x | b^\dagger(k) b(k) | 0, x \rangle = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}.$$

Црна рупа емитује честице и то зрачење је темално. Његова температура је

$$T = \frac{1}{8\pi m} = 6 \cdot 10^{-8} \frac{m_s}{m} \text{ K}.$$

Дакле, не само да црне рупе испаравају, већ је и то зрачење термално. Црна рупа зрачи као црно тело. Ако би црна рупа потпуно испарила, могло би се десити да се чисто стање материје претвори у мешано. На овај начин би нарушили један од основних постулата квантне механике. Још један разлог за квантном гравитацијом.

#### 4. Ка квантној гравитацији

Општа релативност и квантна теорија поља се сусрећу са дивергенцијама. Обе теорије су неконзистентне и захтевају неке модификације. Експерименти у ЦЕРН-у потврђују Стандардни модел са све већом прецизношћу. Но без обзира на то, Стандардни модел је некомплетна теорија. Та некомплетност иде у прилог квантизацији гравитације. У овом поглављу набројаћемо неколико прилаза квантној гравитацији.

- Суперструне

У квантној теорији поља честице су тачкасти објекти. Теорији струна је генерализација квантне теорије поља где се полази од тога да фундаментални објекти нису честице, нпр. електрон или фотон, већ струне. Модови осциловања струне су честице. Занимљиво је да је један од модова струне безмасена честица спина 2, што би одговарало гравитону. Фермионски степени слободе се добијају конструкцијом суперсиметричне струне, тј. суперструне. Суперсиметрија је хипотетичка симетрија у природи која повезује бозоне и фермионе. Суперструна, да би била квантно конзистентна, "живи" у десет димензија. Да ли је теорија суперструна квантна теорија свих интеракција још увек није јасно. Један од проблема је да теорија суперструна не даје једнозначну ниско-енергетску физику.

- Екстра димензије

Једна од најстаријих идеја, које потичу од Калуце и Клајна је да се осим четири просторно-временске координате уведу додатне димензије. Претпоставка је дакле да наш простор није четвородимензионалан. Развијено је доста модела са екстра димензијама. Један од последњих који потиче од Арканија, Димополуса и Двалија је базиран на тзв. великим екстра димензијама, чиме се објашњава слабост гравитационе интеракције у поређењу са остале три.

- Некомутативна геометрија

Једна од новијих идеја је претпоставка да је простор-време некомутативно. То значи да координате простора не комутирају,

$$[x^\mu, y^\nu] = i\theta^{\mu\nu}.$$

Она релација је слична идеји некомутативности између координата и импулса која је у основи квантне механике.

- ”loop” квантна гравитација

Овај прилаз квантној гравитацији потиче од Аштекара, Пенроуза, Смолина и Ровелија. Простор-време се разматра као динамички објекат, али за разлику од ОТР он је квантни објекат са дискретном структуром. Површина и запремина неког дела простора на Планковој скали је дискретизована. Квантно стање простор-времена се описује помоћу спинских мрежа.

## 5. Закључак

Без обзира што је гравитација ”најстарија” интеракција у природи, њено уједињење са квантном теоријом још није остварено. У овом раду смо изложили разлоге због којих нам треба квантна гравитација, као и неке правце савремених истраживања везаних за решавање проблема квантне гравитације. Дефинитивног одговора још нема.

## ДОДАТНА ЛИТЕРАТУРА

1. S. Carroll, Spacetime and Geometry, An Introduction to General Relativity, AW (2003)
2. S. Kiefer, Quantum Gravity, OUP (2012)
3. K. Becker, M. Becker and J. Schwarz, String Theory and M-theory, CUP (2007)





# Gravitation

$$g_{11} dx^2 + \dots + g_{44} dt^2 = ds^2 \quad \text{immer positiv für Punklet.}$$

$$\frac{ds}{dt} = H \text{ gesetzt.}$$

Bewegungsgleichungen

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} \right) + \frac{\partial H}{\partial x} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) = - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = \frac{g_{11} \dot{x} + g_{12} \dot{y} + \dots + g_{14}}{\frac{ds}{dt}}$$

$$\sqrt{g} g_{11} \dot{x} + g_{12} \dot{y} + \dots = \sqrt{g} \left( g_{11} \frac{dx}{ds} \frac{dt}{ds} + g_{12} \frac{dy}{ds} \frac{dt}{ds} + \dots \right)$$

ist Bewegungsgrösse pro Volumeneinheit

$$\text{Tensor der Bewegung von Massen } T_{ik}^b = \rho_0 \frac{dx_i}{ds} \frac{dx_k}{ds}$$

$$\text{Tensor der Bewegungsgrösse, Energie } \left\{ T_{mn} = \frac{1}{c} \sqrt{g} g_{mv} T_{vn}^b \right\}$$

Negativ

$$\text{Ponderomotorische Kraft pro Volumeneinheit } \frac{1}{2} \sqrt{g} g_{11} \sum \frac{\partial g_{mv}}{\partial x_m} T_{mv}^b$$

$$\sum_{v,n} \frac{\partial}{\partial x_m} (\sqrt{g} g_{mv} T_{vn}) + \frac{1}{2} \sum_{mv} \sqrt{g} \frac{\partial g_{mv}}{\partial x_m} T_{mv} = 0$$

$$\text{Setzen wir } \sqrt{g} T_{mv} = \Theta_{mv}$$

$$\sum_{mv} \frac{\partial}{\partial x_m} (g_{mv} \Theta_{nv}) + \frac{1}{2} \sum_{mv} \frac{\partial g_{mv}}{\partial x_m} \Theta_{nv} = 0 \quad \text{Im Allgemeinen ungeordnetes Vektor}$$

gilt für jeden Tensor z. B.  $\sqrt{g} g_{mv} T_{nv}^b$