

НАУЧНОМ ВЕЋУ  
ИНСТИТУТА ЗА ФИЗИКУ У БЕОГРАДУ

На седници Научног већа Института за физику одржаној 29. 04. 2014. године, изабрани смо у комисију за оцену услова за стицање звања **Научни сарадник** за Др Љубицу Давидовић, Истраживача сарадника на Институту за физику у Београду. На основу приложене документације и познавања кандидата подносимо следећи

**ИЗВЕШТАЈ**

**Стручно биографски подаци**

Љубица Давидовић рођена је 17. децембра 1980. у Београду, где је завршила основну школу и Математичку гимназију као носилац Вукове дипломе. Завршила је Физички факултет Универзитета у Београду, смер теоријска физика, са просечном оценом 9,59. Дипломирала је 17. маја 2005, одбранивши дипломски рад под насловом

„Особине скаларног поља на некомутативном простору”

са оценом десет. Рад је награђен наградом фонда „Проф. Др Љубомир Ћирковић”, за најбољи дипломски рад одбрањен у школској 2004/2005. Награђена је стипендијом Норвешке владе (2002), као један од 500 најбољих студената у Србији.

Од августа 2005., прво као стипендиста Министарства науке а касније (април 2006.) као истраживач, ради на Институту за физику. Академски назив мастера стекла је 8. октобра 2007. На докторским студијама, смер Физика језгара, честица и поља, положила је све испите са просечном оценом десет.

Докторску дисертацију под насловом

„Дирехлеова  $p$ -брана у слабо закривљеном простору”,

Љубице Давидовић одбранила је 12. марта 2014. на Физичком факултету Универзитета у Београду.

Др Љубица Давидовић запослена је као истраживач сарадник у Институту за физику у оквиру научно-истраживачког пројекта Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, под називом ”Физичке импликације модификованог простор-времена”.

## Анализа и оцена научног рада

Досадашња научна активност Љубице Давидовић одвијала се у две области: Теорија струна и Заснивања квантне механике формулисана у фазном простору.

### Теорија струна

Основна тема истраживачког рада Љубице Давидовић (на којој је одбрањена докторска дисертација) односи се на испитивање некомутативности и Т-дуалности отворене и затворене бозонске струне у слабо закривљеном простору. До сада је на ову тему, са коауторима, објавила пет радова у водећим међународним часописима [1,2,3,4,5]. Публикована су и четири излагања са скупова међународног значаја [6,7,8,9].

Досадашња научна активност Др Љубице Давидовић у оквиру теорије струна посвећена је истраживању бозонске струне у слабо закривљеном простору. У првом делу разматрана је отворена струна чији су крајеви причвршћени за  $D$ -брану. За пропагацију струне, као екстендираног објекта, принцип минималног дејства поред једначина кретања даје и граничне услове на крајевима струне. Кандидат је користио канонски метод у коме се гранични услови третирају као канонске везе. Дираков услов конзистентности даје бесконачно много нових веза. Показано је да су све везе друге класе. Уместо увођења Диракових заграда изабран је други приступ у коме се све везе експлицитно решавају. Испоставља се да решења веза одстрањују половину степени слободе, тако да су нове ефективне канонске променљиве парни делови полазних канонских променљивих, који су симетрични у односу на трансформацију  $\sigma \rightarrow -\sigma$ . На решењима веза, почетна координата не зависи само од ефективне координате, већ од ефективне координате и од ефективног импулса. Ова чињеница најбоље илуструје узрок некомутативности полазних координата. У случају равног простор-времена са нултим Калб-Рамоновим пољем крајеви струне комутирају. У случају када је Калб-Рамоново поље ненулно некомутативни су само крајеви отворене струне, па произилази да  $D$ -брана постаје некомутативна многострукост у његовом присуству.

У Другом делу истраживања разматрана је затворена струна у слабо закривљеном простору, односно Т-дуалност и некомутативност затворене струне. Уопштен је стандардни Бушеров метод конструисања Т-дуалне теорије за случај закривљеног простора. Уопштење се постиже увођењем инваријантне координате, која је нелокални објекат. Овакав приступ могао би да буде користан за разумевање

локално негеометријских простора, попут простора са  $R$ -флуksom у три димензије. Показано је да и у случају слабо закривљеног простора, трансформација Т-дуалности задржава своје карактеристичне особине. Наиме, број намотаја Т-дуалне теорије одговара импулсу почетне теорије и обратно. Такође, једначине кретања једне теорије одговарају Бјанкијевим идентитетима друге теорије. Нови приступ Т-дуализације омогућио је извођење релација некомутативности за затворену струну. Као што смо видели на примеру отворене струне, некомутативност координата је последица чињенице да се на решењима граничних услова оне могу изразити у функцији ефективних координата и импулса. У случају затворене струне трансформације Т-дуалности повезују канонске променљиве негеометријског простора са канонским променљивим геометријског простора. Из чињенице да су координате негеометријског простора функције не само координата, већ координата и импулса геометријског простора произилази да су координате затворене струне негеометријског простора некомутативне. Комутатор је пропорционалан броју намотаја координата почетне теорије, а коефицијент пропорционалности је флуks, који је од раније познат у литератури.

У радовима [1] и [2] испитана је некомутативност светске запремине  $Dp$ -бране у слабо закривљеном простору. Слабо закривљеним простором назива се простор у коме је извор закривљености Калб-Рамоново поље, линеарно по координати  $B_{\mu\nu} = b_{\mu\nu} + \frac{1}{3}B_{\mu\nu\rho}x^\rho$  при чему је јачина поља  $B_{\mu\nu\rho}$  бесконачно мала. Тада се Ричијев тензор  $R_{\mu\nu}$  може занемарити као бесконачно мала величина другог реда. У раду [1] разматран је случај  $b_{\mu\nu} = 0$  док је у раду [2] разматран случај  $b_{\mu\nu} \neq 0$ . У оба рада гранични услови су третирани као канонске везе. Применом Диракове процедуре конзистентности веза, нађене су све везе и показано је да су оне друге класе. Решавањем веза друге класе добијен је израз за координате у функцији ефективних координата и импулса. У раду [1] у коме је  $b_{\mu\nu} = 0$ , члан који зависи од импулса је бесконачно мали па је и комутатор бесконачно мали и различит је од нуле само на крајевима струне. Параметар некомутативности је линеаран по координати и за случај великог нивоа  $n$  у алгебри струја поклапа се са резултатом добијеним на групној многострукости. После квантизације, алгебра функција на  $Dp$ -брани описана је Концевичевим производом уместо Мојаловим за раван простор.

У раду [2] у коме је  $b_{\mu\nu} \neq 0$ , члан који зависи од импулса поред бесконачно малог садржи и коначни део. То је узрок да параметар некомутативности постаје зависан и од интеграла по  $\sigma$  импулса, који у ствари представља Т-дуалну ефективну координату. Дакле, поред стандардног члана параметра некомутативности који зависи од ефективне координате и који је нетривијалан само на крајевима струне појављује се нови члан који зависи од Т-дуалне ефективне координате и који је нетривијалан и у унутрашњости струне.

У раду [3] разматрана је пропација затворене струне у слабо закривљеном простору. Нојманови гранични услови решени су непертурбативно и показано је да се то решење поклапа са оним из рада [2]. Ефективна теорија, на решењу граничних услова, дефинисана је на негеометријском двоструком простору  $(q, \tilde{q})$  који зависи од ефективне координате  $q$  и од њене Т-дуалне координате  $\tilde{q}$ . Неочекивано се појављује и ефективно Калб-Рамоново поље за које се у литератури показује да због услова  $\sigma$ -парности мора бити одсутно. У посматраном случају међутим, уместо од  $\sigma$ -парне координате  $q$ , Калб-Рамоново поље зависи од  $\sigma$ -непарне Т-дуалне координате  $\tilde{q}$ , што омогућава његово постојање.

Радови [4,5], везани су за истраживање Т-дуалности и некомутативности затворене бозонске струне. У раду [4] предложено је уопштење стандардне Бушерове процедуре за конструкцију Т-дуалне теорије дуж координата од којих зависе позадинска поља. Стандардна БушEROVA процедура, заснива на локализацији глобалне изометрије а уопштење је применљиво на случај када је метрика константна а Калб-Рамоново поље линеарно по координати. Тада дејство, захваљујући тополошкој природи члана са Калб-Рамоновим пољем, остаје инваријантно на глобалне изометрије. Следећи стандардну процедуру уводе се градијентна поља. Да би теорија била еквивалентна са почетном захтева се да одговарајућа јачина поља буде једнака нули, што се постиже увођењем члана  $y_\mu F^\mu$ , где је  $y_\mu$  Лагранжев множитељ. У случају када позадинска поља зависе од координата, стандардна процедура се не може применити јер координата није локално инваријантна. Увођење инваријантне координате, као линијског интеграла коваријантног извода координате, је оригинални допринос који представља уопштење Бушерове процедуре. Посебна пажња обрађена је на услове под којима је инваријантна координата, као нелокали објекат, добро дефинисана. Као последица ове нелокалности Т-дуална теорија је дефинисана у негеометријском простору, који поред Лагранжевог множитеља  $y_\mu$  зависи и од њему Т-дуалне променљиве  $\tilde{y}_\mu$ . Т-дуална теорија има формално исти облик као почетна теорија, али у њој и Т-дуална метрика као и Т-дуално Калб-Рамоново поље зависе од обе променљиве  $y_\mu$  и  $\tilde{y}_\mu$ . То представља проблем у покушају да се на Т-дуално дејство примени Т-дуализациона процедура. Испоставља се да иако Т-дуално дејство није инваријантно на константну промену аргумента позадинских поља, оно јесте инваријантно на константну промену  $y_\mu$ , јер је и сам аргумент инваријантан на ову трансформацију. Примењујући уопштenu Т-дуализациону процедуру на Т-дуално дејство са новом глобалном симетријом добија се почетно дејство, што се и могло очекивати јер су ова дејства по конструкцији еквивалентна.

У раду [5], користећи канонски метод, показано је да координате затворене струне могу имати нетривијалне комутационе релације. Основа овог рада су трансформације изведене у раду [4]. Наиме, координате негеометријског простора, после Т-

дуализације по свим координатама, трансформишу се не само у координате, већ у функцију која зависи и од координата и од импулса почетне теорије. Ако претпоставимо да су у почетној геометријској теорији дефинисане стандардне Поасонове заграде, тада се уз помоћ Т-дуалне трансформације могу израчунати Поасонове заграде координата негеометријске Т-дуалне теорије. Оне су пропорционалне броју намотаја координата почетне теорије и флуксу позадинских поља. Некомутативност координата затворене струне разматрана у литератури односи се на локално геометријске просторе, док некомутативност потиче од нетривијалних граничних услова. Некомутативност уведена у раду [5] је нова врста некомутативности и односи се на локално негеометријске просторе. Да би се добила општа структура релација некомутативности требало би узети у обзир оба извора некомутативности.

### **Заснивања квантне механике формулисане у фазном простору**

Други део истраживања Љубице Давидовић, у погледу проблематике коју обрађује и метода који се користе, може се сврстати у област заснивања квантне механике формулисане у фазном простору [10,11,12,13].

У раду [10] изведен је општи израз за средње време доласка квантне честице у задату област простора малих димензија (приближно геометријску тачку). Израз је изведен коришћењем Вигнерове формулације квантне механике у фазном простору. У тој формулацију квантно стање описује се обичном функцијом двеју променљивих на фазном простору (а не вектором у Хилбертовом простору), која је у једнозначној вези са таласном функцијом квантног стања. Средње вредности оператора добијених квантовањем по Вејлу добијају се из израза који је по математичкој структури исти као одговарајући израз за средњу вредност у класичној статистичкој механици, при чему уместо класичне функције расподеле класичног стања фигурише Вигнерова функција посматраног квантног стања а као представник оператора чија се средња вредност рачуна, фигурише класична функција на фазном простору из које је тај оператор настао квантовањем по Вејлу. У рачунању средњег времена доласка посебна пажња посвећена је једнодимензионом кретању. Показано је да су бесконачне вредности које се у овом случају добијају за средње вредности времена доласка ако се Вигнеров приступ примени на формално директан начин, само математички артефакти. Нађен је начин, заснован на коректој физичкој интерпретацији, да се ова тешкоћа избегне. Анализирано је асимптотско понашање израза за време доласка квантне честице, која је на почетку посматрања била у кохерентном стању, у координатни почетак. Показано је да је водећи члан у овом асимптотском развоју једнак

количнику средње вредности координате и средње вредности брзине, око којих је посматрано кохерентно стање центрирано.

У раду [11] разматране су математичке тешкоће које настају ако се фаза квантног хармонијског осцилатора дефинише, по класичној аналогији, као разлика логаритама оператора анихилације и креације. Указано је на неке грешке и контрадикције присутне у литератури, па и у врхунским часописима, до којих такав приступ доводи. Детаљно је указано на корене тих грешака чија је генеза следећа. Спектрална теорема за хермитске операторе уопштава репрезентацију таквих оператора преко комплетног скупа својствених функција, на случај када спектар оператора није само дискретан него може садржати сопствене вредности и у континууму. Та се генерализација остварује увођењем операторског разлагања јединице. Добро је познато да кохерентна стања хармонијског осцилатора разлажу јединицу и да чине прекомплетан скуп функција. Директан рачун показује да се било која цела функција оператора креације или анихилације, и њено деловање на неки вектор у Хилбертовом простору, може дефинисати једноставно и директно, користећи то разлагање јединице, на потпуно аналоган начин као и у случају хермитских оператора. За функције које нису целе, тј. које не могу бити приказане само једним потенцијалним редом у читавој комплексној равни, такав приступ је некоректан мада је некритички коришћен у многим радовима, а нужно доводи до погрешних и понекад бесмислених резултата. У раду [11] указан је један начин како се те тешкоће могу превазићи ако се од прекомплетног скупа кохерентних стања пређе на ужи скуп ових стања бираних само на фон Нојмановој решетки, тако да она престају бити прекомплетна већ постају комплетна.

У радовима [12] и [13] разматрају се разне квантне квазидистрибуције на фазном простору и испитују њихове особине при трансформацијама сличности њихових променљивих. Доказано је да у класи Коенових квазидистрибуција, која обухвата практично све квазидистрибуције које се користе у квантној механици, само Хусимијеве функције после трансформације сличности са параметром трансформације који је по модулу мањи од јединице, остају и даље Хусимијеве функције, односно и после трансформације описују физичка стања. Извршена је детаљна анализа разних веза које постоје између Хусимијевих функција, Вигнерових функција и симплектичких томограма. Нађене су Вигнерове функције и симплектички томограми, који одговарају Хусимијевој функцији после трансформације сличности њених независних променљивих. Добијени општи резултати примењени су на Фокова стања хармонијског осцилатора.

## Закључак

На основу свега изнетог о кандидату и његовом научном раду, имајући у виду актуелност теме и значај добијених резултата, сматрамо да Др Љубица Давидовић испуњава све услове за избор у звање **Научни сарадник**, па је предлажемо за избор у ово звање.

У Београду, 9. маја 2014.

Др Бранислав Саздовић  
Научни саветник  
Институт за физику

Др Милован Василић  
Научни саветник  
Институт за физику

Проф. др Маја Бурић  
Редовни професор  
Физичког факултета

## Списак радова

1. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Noncommutativity in weakly curved background by canonical methods*  
Physical Review **D 83** (2011) 066014.  
Kategorija **M21**
2. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Non-commutativity parameters depend not only on the effective coordinate but on its T-dual as well*  
Journal of High Energy Physics **08** (2011) 112.  
Kategorija **M21**
3. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Non-geometric background arising in the solution of Neumann boundary conditions*  
The European Physical Journal **C 72** No. 11 (2012) 2199.  
Kategorija **M21**
4. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*T-duality in a weakly curved background*  
The European Physical Journal **C 74** No. 1 (2014) 2683.  
Kategorija **M21**
5. Lj. Davidović, B. Nikolić, B. Sazdović  
*Canonical approach to the closed string noncommutativity*  
The European Physical Journal **C 74** No. 1 (2014) 2734.  
Kategorija **M21**
6. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Curved Dp-brane in curved background by canonical methods*  
Sveske Fizičkih Nauka **XXIV A** A1 (2011) 179.  
Kategorija **M33**



7. Lj. Davidović, B. Nikolić, B. Sazdović  
*Noncommutativity and T-Duality*  
Romanian Journal of Physics **57** No. 5-6 (2012) 816-829.  
Kategorija **M23**
8. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Nontrivial Kalb-Ramond field of the effective non-geometric background*  
Sveske Fizičkih Nauka **XXVI A** A1 (2013) 111-118.  
Kategorija **M33**
9. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*T-duality in coordinate dependent background*  
Sveske Fizičkih Nauka **XXVI A** A1 (2013) 119-130.  
Kategorija **M33**
10. Davidović M., Davidović Lj., Srećković M.  
*Time of arrival in the Wigner phase space formulation of quantum mechanics*  
Acta Physica Hungarica **B26** No. 3-4 (2006) 253-260.  
Kategorija **M22**  
"In 2007, APH A became part of European Physical Journal A and APH B became part of European Physical Journal D. (<http://link.springer.com/journal/12242>)"
11. Davidović Ljubica, Arsenović Dušan, Davidović Milena, Davidović Dragomir  
*Subtle inconsistencies in the straightforward definition of the logarithmic function of annihilation and creation operators and a way to avoid them*  
Journal of Physics **A**, Mathematical and Theoretical (2009) 42(23).  
Kategorija **M21**
12. Andreev V. A., Davidović Dragomir M., Davidović Ljubica D., Davidović Milena D., Manko V. I., Manko M. A.  
*A Transformational Property of the Husimi Function and Its Relation to the Wigner Function and Symplectic Tomograms*  
Theoretical and Mathematical Physics **166** No. 3 (2011) 356-368.  
Kategorija **M23**

13. Andreev V.A., Davidović Dragomir M., Davidović Ljubica D., Davidović Milena D.  
*Relations between scaling-transformed Husimi functions, Wigner functions and symplectic tomograms describing corresponding physical states*  
Physica Scripta **T143** (2011) 014003.  
Kategorija **M22**