

Научном већу  
Института за физику  
Универзитета у Београду

Молба

Молим Научно веће Института за физику, Универзитета у Београду да покрене поступак мог избора у звање научног сарадника.

У прилогу достављам:

1. Уверење о одбрани докторске дисертације
2. Мисљење руководиоца пројекта
3. Биографију
4. Опис научног рада
5. Списак радова
6. Копије радова

др Љубица Давидовић

# Биографија

Љубица Давидовић рођена је 17. децембра 1980. у Београду, где је завршила основну школу и Математичку гимназију као носилац Вукове дипломе. Завршила је Физички факултет Универзитета у Београду, смер теоријска физика, са просечном оценом **9,59**. Дипломирала је 17. маја 2005., одбранивши дипломски рад под насловом

„Особине скаларног поља на некомутативном простору”

са оценом **десет**. Рад је награђен наградом фонда „Проф. Др Љубомир Ћирковић”, за најбољи дипломски рад одбрањен у школској 2004/2005. Награђена је стипендијом Норвешке владе (2002), као један од 500 најбољих студената у Србији.

Од августа 2005., прво као стипендиста Министарства науке а касније (април 2006.) као истраживач, ради на Институту за физику. Академски назив мастера стекла је 8. октобра 2007. На докторским студијама, смер Физика језгара, честица и поља, положила је све испите са просечном оценом **десет**. Академски назив доктора физичких наука стекла је 12. марта 2014., одбранивши докторску дисертацију под насловом

„Дирихлеова  $p$ -брана у слабо закривљеном простору.”

## Научном савету Института за физику

Молим Научни савет Института за физику да покрене поступак за избор др Љубице Давидовић у звање научни сарадник. Љубица Давидовић је успешно одбранила докторску дисертацију 12. марта 2014. године на Физичком факултету у Београду, а до сада је публиковала 6 радова из категорије М21 и 4 рада из категорија М22 и М23 у водећим међународним часописима и тиме задовољила и премашила услове за избор у звање научни сарадник. Од поменутих радова, 6 су урађени у оквиру пројекта ОН 171031 'Физичке импликације модификованог простор-времена', а њен досадашњи рад на пројекту је показао да има способности да се активно бави научно-истраживачким радом.

У Београду, 3. априла 2014.

*Маја Бурић*

Проф. др Маја Бурић  
руководилац пројекта ОН 171031

# Списак радова

1. Davidović M., Davidović Lj., Srećković M.  
*Time of arrival in the Wigner phase space formulation of quantum mechanics*  
Acta Physica Hungarica **B26** No. 3-4 (2006) 253-260.  
Kategorija **M22**  
”In 2007, APH A became part of European Physical Journal A and APH B became part of European Physical Journal D. (<http://link.springer.com/journal/12242>)”
2. Davidović Ljubica, Arsenović Dušan, Davidović Milena, Davidović Dragomir  
*Subtle inconsistencies in the straightforward definition of the logarithmic function of annihilation and creation operators and a way to avoid them*  
Journal of Physics **A**, Mathematical and Theoretical (2009) 42(23).  
Kategorija **M21**
3. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Noncommutativity in weakly curved background by canonical methods*  
Physical Review **D 83** (2011) 066014.  
Kategorija **M21**
4. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Non-commutativity parameters depend not only on the effective coordinate but on its T-dual as well*  
Journal of High Energy Physics **08** (2011) 112.  
Kategorija **M21**
5. Andreev V. A., Davidović Dragomir M., Davidović Ljubica D., Davidović Milena D., Manko V. I., Manko M. A.  
*A Transformational Property of the Husimi Function and Its Relation to the Wigner Function and Symplectic Tomograms*  
Theoretical and Mathematical Physics **166** No. 3 (2011) 356-368.  
Kategorija **M23**

6. Andreev V.A., Davidović Dragomir M., Davidović Ljubica D., Davidović Milena D.  
*Relations between scaling-transformed Husimi functions, Wigner functions and symplectic tomograms describing corresponding physical states*  
Physica Scripta **T143** (2011) 014003.  
Kategorija **M22**
7. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Non-geometric background arising in the solution of Neumann boundary conditions*  
The European Physical Journal **C 72** No. 11 (2012) 2199.  
Kategorija **M21**
8. Lj. Davidović, B. Nikolić, B. Sazdović  
*Noncommutativity and T-Duality*  
Romanian Journal of Physics **57** No. 5-6 (2012) 816-829.  
Kategorija **M23**
9. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*T-duality in a weakly curved background*  
The European Physical Journal **C 74** No. 1 (2014) 2683.  
Kategorija **M21**
10. Lj. Davidović, B. Nikolić, B. Sazdović  
*Canonical approach to the closed string noncommutativity*  
The European Physical Journal **C 74** No. 1 (2014) 2734.  
Kategorija **M21**
11. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Curved Dp-brane in curved background by canonical methods*  
Sveske Fizičkih Nauka **XXIV A** A1 (2011) 179.  
Kategorija **M33**
12. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Nontrivial Kalb-Ramond field of the effective non-geometric background*  
Sveske Fizičkih Nauka **XXVI A** A1 (2013) 111-118.  
Kategorija **M33**

13. Lj. Davidović, B. Sazdović

*T-duality in coordinate dependent background*

Sveske Fizičkih Nauka **XXVI A** A1 (2013) 119-130.

Категорија **M33**

## Докторска дисертација

Љубица Давидовић

*Дирихлеова р-брана у слабо закривљеном простору*

Категорија **M71**

## Број бодова

		Неопходно	Остварено
<b>Научни сарадник</b>	Укупно	16	73
	$M_{10} + M_{20} +$ $M_{31} + M_{32} + M_{33} +$ $M_{41} + M_{42}$	10	67
	$M_{11} + M_{12} + M_{21} +$ $M_{22} + M_{23} + M_{24}$	5	64



УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ - ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ  
UNIVERSITY OF BELGRADE, FACULTY OF PHYSICS

Студентски трг 12, 11000 Београд, Фак 44, Тел: 011-7158-151, Факс: 011-3282-619  
Studentski trg 12, 11000 Belgrade, Serbia, POB 44, Tel: +381-11-7158-151, Fax: +381-11-3282-619  
www.ff.bg.ac.rs e-mail: dekanat@ff.bg.ac.rs

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ  
Бр. 653/11  
25. 3. 2014 год.  
БЕОГРАД, СТУДЕНТСКИ ТРГ 12-18  
П. БЛХ 44

На основу члана 161. Закона о општем управном поступку («Службени Лист СРЈ» број 33/97 и 31/01), и члана 120. Статута Универзитета у Београду - Физичког факултета, по захтеву ЉУБИЦЕ ДАВИДОВИЋ, дипломираног физичара, издаје се следеће

## У В Е Р Е Њ Е

ЉУБИЦА ДАВИДОВИЋ, дипломирани физичар, дана 12. марта 2014. године, одбранила је докторску дисертацију под називом

„ДИРЕХЛЕОВА р-БРАНА У СЛАБО ЗАКРИВЉЕНОМ ПРОСТОРУ“

пред Комисијом Универзитета у Београду - Физичког факултета, и тиме испунила све услове за промоцију у ДОКТОРА НАУКА – ФИЗИЧКЕ НАУКЕ.

Уверење се издаје на лични захтев, а служи ради регулисања права из радног односа и важи до промоције, односно добијања докторске дипломе.

Уверење је ослобођено плаћања таксе.

Универзитет у Београду  
ДЕКАН ФИЗИЧКОГ ФАКУЛТЕТА

Проф. др Јаблан Дојчиловић



## Научна активност

Љубица Давидовић запослена је као истраживач сарадник у Институту за физику у оквиру научно-истраживачког пројекта Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, под називом ”Физичке импликације модификованог простор-времена”.

Основна тема истраживачког рада Љубице Давидовић односи се на испитивање теорија отворене и затворене бозонске струне у слабо закривљеном простору. Слабо закривљено простор-време једно је од најједноставнијих координатно зависних решења просторно-временских једначина кретања за позадинска поља, које се добијају из услова конформне инваријантности квантне теорије. Ово простор-време се састоји из константног симетричног поља метрике, константног скаларног поља дилатона и антисиметричног Калб-Рамоновог поља које линеарно зависи од координата и има бесконачно малу јачину поља. Испитивањем отворених и затворених струна које се крећу у слабо закривљеном простор-времену, проверени су и уопштени методи и важеће карактеристике теорије развијени и уочени у случају струна које се крећу у константним позадинским пољима.

За отворену бозонску струну у потпуности су испитани гранични услови на крајевима струне. Након одређивања решења граничних услова, нађене су ефективне теорије на овим решењима и испитана некомутативност координата отворене струне [3,4,7,8,10]. Проблему решавања граничних услова је приступљено на два различита начина. У радовима [3,4,7], узето је да гранични услови представљају везе. Ди-раковом процедуром конзистентности, добијено је бесконачно много веза које су потом обједињене у две, које зависе од просторног параметра светске површи. Експлицитан облик ових веза одређен је анализом структуре појединачних веза, проналажењем њихове функционалне зависности, уочавањем да се део сабирака параметарски зависних веза може представити као вишеструки интеграл. Одређивањем вредности ових интеграла за карактеристичне сабирке, пронађено је да су параметарски зависне везе једноставног облика. Оне зависе од парних и непарних делова координате и њихових извода по параметрима светске површи али и од интеграла извода по временском параметру парног дела координате. Ако се запишу у канонском облику, оне постају функције парног и непарног дела импулса и интеграла парног дела импулса. Овакав њихов облик искористили смо при њиховом решавању.

Облик добијених параметарски зависних веза је такав да је њихово решење дато изразима за непарне делова координате и импулса у функцији њихових парних делова. Услов јединствености решења веза у обе крајње тачке струне може се задовољити проширењем домена и наметањем  $2\pi$ -периодичности почетној координати. Ефе-



ктивна теорија је ограничена овим решењем полазна теорија. Основне променљиве ефективне теорије су парни делови полазних променљивих. Ефективни хамилтонијан дефинише се уобичајено али у односу на ефективне променљиве. Добија се да се затворена ефективна струна, стуне која се кретала у константним пољима, креће у ефективном пољу метрике које је једнако разлици почетне метрике и четвороструког квадрата почетног Калб-Рамоновог поља. У случају слабо закривљеног простор-времена у коме је константан део Калб-Рамоновог поља једнак нули добија се да је ефективна метрика једнака почетној а ефективно Калб-Рамоново поље нула. Међутим, у случају општег слабо закривљеног простор-времена добија се компликованије ефективно простор-време. Као прво постоји ефективно Калб-Рамоново поље. Као друго оба ефективна позадинска поља су координатно зависна. Ефективна метрика је једнака разлици почетне метрике и четвороструког квадрата полазног Калб-Рамоновог поља у функцији ефективне координате. Ефективно Калб-Рамоново поље је изражено преко константног дела ефективне метрике и неконстантног дела параметра некомутативности. Параметар некомутативности јавља се као функција величине која је пропорционална интегралу ефективног импулса (у хамилтоновском запису) или интегралу извода по временском параметру ефективне координате (у лагранжевском запису). Интерпретација ове величине тражена је разматрањем једначина кретања у нултом реду. Показује се да је она уствари Т-дуал ефективне координате. Дакле, ефективна позадинска поља у случају слабо закривљених полазних позадинских поља су функције ефективне координате и њеног Т-дуала.

Некомутативност координата ефективне теорије могла је бити испитивана коришћењем Диракове заграде у чију су дефиницију укључене везе друге класе теорије. Параметарски зависне веза које смо одредили су друге класе осим њихових нултих модова који су прве класе. Уместо дефинисања Диракових заграда, ове везе су решене. Како је на решењу веза координата дата као функција ефективне координате  $q$  и ефективног импулса  $p$  који међусобно не комутирају, ни координате не комутирају. Комутационе релације рачунали смо коришћењем Поасонове заграде која је модификована због промене фундаменталних променљивих као и њиховог домена. Нулти модови веза су генератори глобалне симетрије, коју смо искористили да бисмо уклонили координату центра масе. Добили смо да у случају када се струна креће у равном простор-времену њене координате не комутирају једино на крајевима, тј. на Дирихлеовој брани, при чему је параметар некомутативности константан. У случају слабо закривљеног простор-времена са  $b_{\mu\nu} = 0$  такође постоји некомутативност једино на крајевима струне при чему је у овом случају параметар некомутативности истог облика као и у константном случају. Комплетну слику добили смо разматрајући слабо закривљено простор-време. Добија се, да координате не комутирају ни на крајевима струне, ни у њеној унутрашњости. Параметри

некомутативности су веома компликовани и зависе и од ефективне координате и од интеграла ефективног импулса.

Дираков поступак којим се обезбеђује конзистентност веза, који је примењен у радовима [3,4,7], није међутим једини начин на који се могу третирати гранични услови теорије. У радовима [8,10], граничне услове смо решили неитеративно. Координата је раздвојена на парни и непарни део, као и једначине кретања и гранични услови. Пошло се од идеје да се као и у случају равног простор-времена гранични услови и једначине кретања могу решити изражавањем непарног дела координате у функцији парног дела координате. Претпоставили смо да су први изводи по параметрима светске површи непарног дела координате  $\bar{q}^\mu$ , линеарне функције првих извода парног дела координате  $q^\mu$ . Детаљном анализом парности претпостављеног облика решења, услова његове самоконзистентности, једначина кретања, граничних услова, као и захтевом да решење буде у складу са случајем константних позадинских поља дошло се до једначина за његове непознате коефицијенте. Оне су решене. Добијени су резултати у складу са радовима [3,4,7], на много једноставнији начин. Овим смо употпунили истраживања везана за отворену бозонску струну и решавање њених граничних услова.

Један од најзначајнијих резултата спроведених истраживања је уопштење стандардног метода Т-дуализације за затворену бозонску струну у слабо закривљеном простор-времену [11,12]. Т-дуалност је једна од најзанимљивијих особина теорије струна, не јавља се у другим теоријама и сматра се да је последица другачије природе саме струне у односу на тачкасте објекте. За случај када се затворена струна креће у равном простор-времену постојала је БушEROVA процедура којом је полазећи од неке теорије могуће одредити њој Т-дуалну. Ова процедура била је уопштена и на случај координатно зависног простор-времена, али када позадинска поља не зависе од компакте координате по којој се врши Т-дуализација. Т-дуализацију по свим координатама за струну у слабо закривљеном простору извршена је по новој процедури Т-дуализације која од старе процедуре преузима основне кораке. Глобалну симетрију помака координата потребно је локализовати. Да би се то урадило уведе се градијентна поља  $v_\alpha^\mu$ . Изводи по параметрима светске површи се замењују коваријантним изводима, који су конструисани да буду градијентно инваријантни. Заменом обичних извода у дејству коваријантним добија се градијентно инваријантно дејство у случају када позадинска поља не зависе од координата по којима се врши Т-дуализација. Међутим, када позадинска поља зависе од свих координата, дејство добијено на овај начин није градијентно инваријантно. Најважнији корак нове процедуре Т-дуализације је замена координата у аргументу позадинских поља њиховим уопштењем које је дато као функција уведених градијентних поља  $v_\alpha^\mu$ . Инваријантне координате дефинисане су као линијски интеграл коваријантних извода првобитних

координата, и једнаке су суми разлике полазних координата на крајевима линије и линијског интеграла градијентних поља. Да би полазна и крајња теорија биле физички еквивалентне, лагранжијану се додаје члан са Лагранжевим множителем. Фиксирањем градијентног услова добија се теорија која је на једначинама кретања за Лагранжев множител једнака почетној теорији. На једначинама кретања за градијентна поља  $v_\alpha^\mu$  она прелази у Т-дуалну теорију, где улогу Т-дуалних координата имају Лагранжеви множитељи.

Овако дефинисану процедуру, применили смо двапут. Прво је примењена на теорију бозонске стуне у слабо закривљеном простор-времену, за коју је и конструисана. Итеративно су решене једначине кретања добијене варирањем по градијентним пољима, градијентно фиксираног дејства. Преостале једначине кретања на том решењу представљају једначине кретања Т-дуалне теорије. Заменом овог решења у градијентно фиксирано дејство добија се Т-дуално дејство из којег заиста следи Т-дуална једначина кретања. За разлику од полазне теорије која је дата као функција координате струне, Т-дуална теорија је дефинисана преко координате и њој Т-дуалне. Т-дуална метрика једнака је инверзу ефективне метрике за отворену струну а Т-дуално Калб-Рамоново поље пропорционално параметру некомутативности отворене струне. Други пут процедура је примењена на Т-дуалну теорију. Као резултат добијена је поново полазна теорија. Спровођење ове процедуре у оба смера, омогућило нам је да одредимо Т-дуалне законе трансформација координата. Ове законе искористили смо да бисмо одредили релације некомутативности координата затворених струна [13]. Добија се да је полазној теорији која описује комутативну затворену струну која се креће у слабо закривљеном простор-времену, физички еквивалентна некомутативна Т-дуална теорија. Добијене су комплетне релације некомутативности. Испитали смо и да ли се и на који начин у случају слабо закривљеног простор-времена мењају познате карактеристике Т-дуалности, пресликавање импулса у бројеве намотаја и једначина кретања у Бјанкијеве идентитете и обрнуто. Такође, показали смо и да квантни опис предложене процедуре решава неке глобалне проблеме класичне теорије. Структура нове Т-дуализационе процедуре је таква да би она могла бити применљива на шири скуп сигма модела за струну. Остаје да се испита за која позадинска поља је она заиста применљива.

Други део истраживања Љубице Давидовић, у погледу проблематике коју обрађује и метода који се користе, може се сврстати у област заснивања квантне механике формулисане у фазном простору [1],[2],[5],[6].

У раду [1] изведен је општи израз за средње време доласка квантне честице у задату област простора малих димензија (приближно геометријску тачку). Израз је изведен коришћењем Вигнерове формулације квантне механике у фазном простору. У тој формулацију квантно стање описује се обичном функцијом двеју променљивих на фазном простору ( а не вектором у Хилбертовом простору), која је у једнозначној вези са таласном функцијом квантног стања. Средње вредности оператора добијених квантовањем по Вејлу добијају се из израза који је по математичкој структури исти као одговарајући израз за средњу вредност у класичној статистичкој механици, при чему уместо класичне функције расподеле класичног стања фигурише Вигнерова функција посматраног квантног стања а као представник оператора чија се средња вредност рачуна, фигурише класична функција на фазном простору из које је тај оператор настао квантовањем по Вејлу. У рачунању средњег времена доласка посебна пажња посвећена је једнодимензионом кретању. Показано је да су бесконачне вредности које се у овом случају добијају за средње вредности времена доласка ако се Вигнеров приступ примени на формално директан начин, само математички артефакти. Нађен је начин, заснован на коректој физичкој интерпретацији, да се ова тешкоћа избегне. Анализирано је асимптотско понашање израза за време доласка квантне честице, која је на почетку посматрања била у кохерентном стању, у координатни почетак. Показано је да је водећи члан у овом асимптотском развоју једнак количнику средње вредности координате и средње вредности брзине, око којих је посматрано кохерентно стање центрирано.

У раду [2] разматране су математичке тешкоће које настају ако се фаза квантног хармонијског осцилатора дефинише, по класичној аналогiji, као разлика логаритама оператора анихилације и креације. Указано је на неке грешке и контрадикције присутне у литератури, па и у врхунским часописима, до којих такав приступ доводи. Детаљно је указано на корене тих грешака чија је генеза следећа. Спектрална теорема за хермитске операторе уопштава репрезентацију таквих оператора преко комплетног скупа својствених функција, на случај када спектар оператора није само дискретан него може садржати сопствене вредности и у континууму. Та се генерализација остварује увођењем операторског разлагања јединице. Добро је познато да кохерентна стања хармонијског осцилатора разлажу јединицу и да чине прекомплетан скуп функција. Директан рачун показује да се било која цела функција оператора креације или анихилације, и њено деловање на неки вектор у Хилбертовом простору, може дефинисати једноставно и директно, користећи то разлагање јединице, на потпуно аналоган начин као и у случају хермитских оператора. За

функције које нису целе, тј. које не могу бити приказане само једним потенцијалним редом у читавој комплексној равни, такав приступ је некоректан мада је некритички коришћен у многим радовима, а нужно доводи до погрешних и понекад бесмислених резултата. У раду [2] указан је један начин како се те тешкоће могу превазићи ако се од прекомплетног скупа кохерентних стања пређе на ужи скуп ових стања бираних само на фон Нојмановој решетки, тако да престају бити прекомплетна већ постају комплетна.

У радовима [5] и [6] разматрају се разне квантне квазидистрибуције на фазном простору и испитују њихове особине при трансформацијама сличности њихових променљивих. Доказано је да у класи Коенових квазидистрибуција, која обухвата практично све квазидистрибуције које се користе у квантној механици, само Хусимијеве функције после трансформације сличности са параметром трансформације који је по модулу мањи од јединице, остају и даље Хусимијеве функције, односно и после трансформације описују физичка стања. Извршена је детаљна анализа разних веза које постоје између Хусимијевих функција, Вигнерових функција и симплектичких томограма. Нађене су Вигнерове функције и симплектички томограми, који одговарају Хусимијевој функцији после трансформације сличности њених независних променљивих. Добијени општи резултати примењени су на Фокова стања хармонијског осцилатора.

# Списак радова

1. Davidović M., Davidović Lj., Srećković M.  
*Time of arrival in the Wigner phase space formulation of quantum mechanics*  
Acta Physica Hungarica **B26** No. 3-4 (2006) 253-260.
2. Davidović Ljubica, Arsenović Dušan, Davidović Milena, Davidović Dragomir  
*Subtle inconsistencies in the straightforward definition of the logarithmic function of annihilation and creation operators and a way to avoid them*  
Journal of Physics **A**, Mathematical and Theoretical (2009) 42(23).
3. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Noncommutativity in weakly curved background by canonical methods*  
Physical Review **D 83** (2011) 066014.
4. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Non-commutativity parameters depend not only on the effective coordinate but on its T-dual as well*  
Journal of High Energy Physics **08** (2011) 112.
5. Andreev V. A., Davidović Dragomir M., Davidović Ljubica D., Davidović Milena D., Manko V. I., Manko M. A.  
*A Transformational Property of the Husimi Function and Its Relation to the Wigner Function and Symplectic Tomograms*  
Theoretical and Mathematical Physics **166** No. 3 (2011) 356-368.
6. Andreev V.A., Davidović Dragomir M., Davidović Ljubica D., Davidović Milena D.  
*Relations between scaling-transformed Husimi functions, Wigner functions and symplectic tomograms describing corresponding physical states*  
Physica Scripta **T143** (2011) 014003.
7. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Curved Dp-brane in curved background by canonical methods*  
Sveske Fizičkih Nauka **XXIV A** A1 (2011) 179.

8. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Non-geometric background arising in the solution of Neumann boundary conditions*  
The European Physical Journal **C 72** No. 11 (2012) 2199.
9. Lj. Davidović, B. Nikolić, B. Sazdović  
*Noncommutativity and T-Duality*  
Romanian Journal of Physics **57** No. 5-6 (2012) 816-829.
10. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*Nontrivial Kalb-Ramond field of the effective non-geometric background*  
Sveske Fizičkih Nauka **XXVI A** A1 (2013) 111-118.
11. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*T-duality in coordinate dependent background*  
Sveske Fizičkih Nauka **XXVI A** A1 (2013) 119-130.
12. Lj. Davidović, B. Sazdović  
*T-duality in a weakly curved background*  
The European Physical Journal **C 74** No. 1 (2014) 2683.
13. Lj. Davidović, B. Nikolić, B. Sazdović  
*Canonical approach to the closed string noncommutativity*  
The European Physical Journal **C 74** No. 1 (2014) 2734.